機械力學(2)

南台科大 電子系　黎靖

八、能源的來源及利用

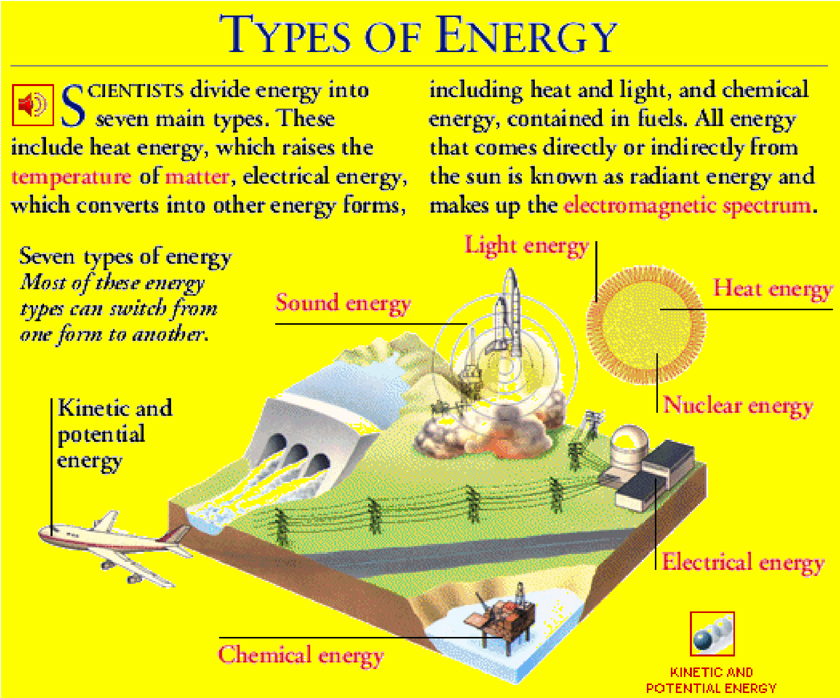
一次能源	空間能源	太陽(熱、光、風力、水力、海浪、溫度差、氣壓差等的利用)潮汐力、放射線(宇宙射線等)。
	地球能源	原子力、地熱、石化燃料、礦物、落差、壓力差等的利用。
二次能源	人力	直接操作力、機械力的貯藏(蓄力彈簧的應用)。
	電力	電動力、電磁力、熱等之利用、空壓、油壓等的變換使用
	精製燃料	熱、旋轉力、推力的利用、氫氣燃料的開發。
	化學原料	爆破力的應用

能源的六種形態：

- 力的能源(位置、運動)。
- 電磁氣能源(電氣、磁氣)
- 化學能源(燃料、食料等)
- 熱能源(分子運動)
- 輻射能源(光、電波、紅外線等)
- 核能源(原子核)。

表A1　能量轉換表

由＼變成	電能	輻射能	化學能	動能	位能	聲能	磁能	核能	熱能
電能	變壓器	光電池 熱偶	電池	發電機 潮汐發電 石英晶體	水力發電	麥克風	磁石發電	β放射	陰極 熱偶
光或 輻射能	燈泡管 陰極射線 閃電 x 射線管	螢光 雷射	螢火蟲	隕石			滋曼效應 法拉第效應	原子彈	熾熱火焰
化學能	電池放電	光合作用 石化燃料 之形成		揉麵團					內熱反應
動能	馬達 伽凡尼的 青蛙	輻射計	槍 內燃機 肌肉	飛輪	擺 弓箭 重錘	超聲波 共振腔	磁動效應	原子彈	蒸汽機 爆米花 風
位能	電容器 堆高機	原子之 激發	製造炸藥	單擺 扭彈簧			電感器		熱氣球
聲能	喇叭 打雷		爆竹	鼓	鬧鐘	助聽器	錄音機	原子彈	沸騰
磁能	電磁鐵 螺線管			迴旋加速器 同步加速器		錄音帶			
核能	迴旋加速器	粒子之創造							核聚變
熱能	烤麵包機	聚光放大鏡 太陽能 收集板	氧化 燃燒 消化 溶解熱	隕石碰撞	隕石	聲波焦聚	磁滯	原子彈 核聚變	熔化／ 凝結



八、諧和運動(harmonic motion)

諧和運動是週期運動的一種，它是時間的正弦曲線函數。通常我們稱它為簡諧運動(Simple Harmonic Motion 簡稱 SHM)，這是振動運動之最簡單的形式，它對稱於中點，而在中點處其速度最大、加速度為零，在極端位移或轉點(turning point)處其速度為零、加速度則最大。諧和運動具有單值頻率(unique frequency)的特徵。

諧和運動可以很簡單的機構來表示，例如：一個輪子以等速繞一固定軸線旋轉，則輪上一點運動在任何固定線上的投影為一簡諧運動 o 諧和運動也可由一振動系統對一週期性(特別是正弦曲線)的力的反應而產生。諧和運動是最簡單系統的典型運動，此系統從穩定平衡(stable equilibrium)的狀態下移開然後放掉，其中假設阻尼(damping)可忽略不計，鐘擺的運動即近似於小振幅的簡諧運動。

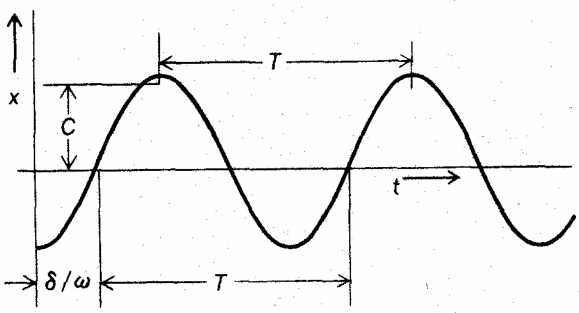


圖1　簡諧運動示意圖

若 X 表示距中間位置的位移，而 t 表示時間，則諧和運動可用下式來說明：

$X=A\cos(\omega t)+B\sin(\omega t)$　　或者：$X= C\sin(\omega t-\delta)$……………………......(1)

上式中的常數 A、B、C 間有下列關係存在：

$A=-C\sin\delta,\ B = C\cos\delta$

振幅 C 表示由中心往單方向(即在兩極端位置間全程運動的一半)之最大的位移。δ 則為相位角，它的值是依賴振動開始的那一瞬間而定，或是交互替換地依運動的相位而定，這些數量如圖 1 所示。

ω 為角頻率(angular frequency)，在次元來說，它是時間的倒數，如此 ωt 所產生的值為純數，而其角度單位是以弳度表示；當 ωt 以 2π 增量時，即表示此運動重覆。由上述可知，角頻率 ω 是與通常的頻率 f(單位時間內完全振動的次數)和週期 T(一次完全振動所需的時間)有下列關係存在：

$$\omega = 2\pi f = 2\pi/T \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

速度 v 和加速度 a，可將(1)式微分而得：

$$v = \frac{dx}{dt} = \omega C\cos(\omega t - \delta) = \omega\sqrt{C^2 - X^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

$$a = \frac{dv}{dt} = -\omega^2 C\sin(\omega t - \delta) = -\omega^2 X \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (4).$$

作用於一物體上的淨力等於該物體的質量乘上加速度，因此在 SHM 上如(4)式所述之加速度，其淨力必是與位移成比例的：

$$F = ma = -m\omega^2 X \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

相反地，當 SHM 發生時，一物體自平衡狀態移開時，其淨復原力(net restoring force)也與位移成比例。

能量的考慮:

諧和運動的重要性在於其與時間關係的簡單性，如(1)式所示和時常發生的線性復原力。幾乎任一機械系統從平衡狀態下所產生之非常小的位移時，其復原力和轉矩(torque)通常都是與位移成比例。這種情形可以位能的某些考慮來解說，在穩定平衡點的位能必定是最小的。如果位能是一種純為位置的函數，它可以展開成為距離任一點的位移的級數數列(series of power)。有一個重要的例外，即靜電位(electrostatic potential)，它的變化是與電荷的距離相反，而且在兩鄰近電荷接近之瞬間其情況未知。

對一穩定平衡點之位能的展開式中，為了保證最小位能之存在，則線性項必須消失，而二次項(即離開平衡點之距離的平方)通常都不消去，如此便可提供小位移之位能的近似值。距離之二次方或拋物線的位能變化是與線性變化的力等值的。

在對一平衡位置的自由擺動的系統內，能量的變化可由位能轉換成動能，而再由動能轉換成位能。以 SMH 的位能來說，它與位移的平方成比例，在運動的終端其值最大，而在轉點的動能($1/2\ mv^2$)為零，當物體通過運動的平衡位置時，其動能最大，這總能量(即動能與未能之和)是為常數。

於 SHM 中，總能量是與運動振幅的平方成比例，而其平均位能恰等於平均動能。

自由振動系統的頻率是由孩系統的剛性和慣性來決定。如果這是諧和運動，它也是等時運動，即此運動的頻率與振幅無關。

彈性彈簧上的重量：

如果有一彈性彈簧拉伸長度比原長度增加 x、或壓縮距離比原長度短 x 時，它將受到-kx 的復原力作用，這彈簧剛性的度量是由彈簧常數(spring constant)k 所定出。若將一彈簧垂直懸掛起來，且另一端附上質量 m 的物體(如圖 2)，如果物體質量遠大於彈簧質量，則彈簧質量可略去不計，在這種情況下，有關質量之運動方程式如下：

$$mg-kx=ma=md^2x/dt^2$$

上式 g 為重力加速度，此方程式的解法可列成如下的形式：

$$x=mg/k+C\sin(\omega t-\delta)$$

其中 $\omega^2 = k/m$

此 mg/k 項是由於靜重作用下彈簧的伸長量，它標示了負載狀態的平衡位置，從平衡位置上所產生的位移稱為伸長線性復原力，而所造成的運動為簡諧運動。

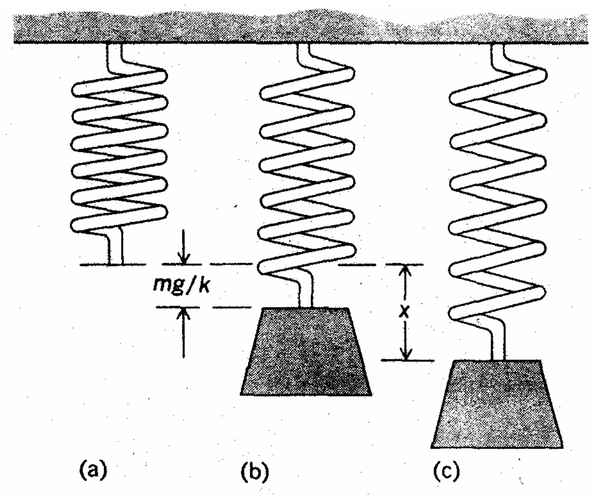


圖2　彈性彈簧上的重量

上述例子的位能(PE)是彈性能 $1/2\ kx^2$ 和重力能-mgx 的總和：

$$PE =1/2\ kx^2 - mgx = 1/2\ k(x-mg/k)^2 - m^2g^2/2k$$

上式即顯示位能在平衡狀態下是依其位移的平方而變化，式中之常數項 $m^2g^2/2k$，對運動而言是不太重要，它通常均以零位能的新選擇而除去。

旋轉的諧和運動：

旋轉的諧和運動就如平移簡諧運動的發生，在這種情況下角位移是時間的正弦曲線函數。

自由角振動若是由平衡定位處產生一與位移成比例的復原轉矩時，它將是一種簡諧運動。如圖 3 所示之扭轉鐘擺(torsional pendulum)，將其扭轉之撓性彈性棒的一端固定，另一端附一圓盤或其他大慣性矩的物體，如果將此棒扭轉然後放鬆，則這彈性棒和圓盤將作角簡諧運動，在彈性棒內所產生的轉矩是與扭轉角成比例的。

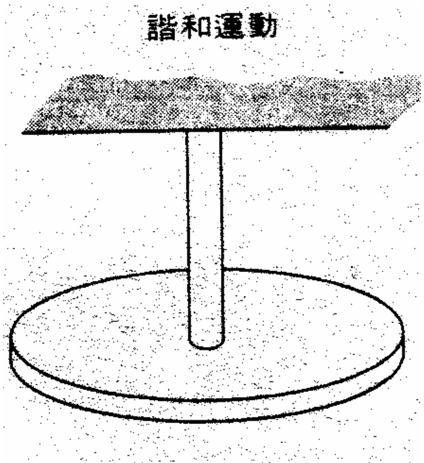


圖3　扭轉鐘擺

原子振動：

事實上原子一直不停地作近似於諧和運動的振動，它是瞭解物質性質，包括分子光譜(molecular spectra)、熱容量、和熱傳導所必須的。

在雙原子分子(diatomic molecule)中，原子與原子間的距離並非固定不變，這平衡的分離對應於最小的位能。原子間距之實際大小係對一平衡距離而振動，如果它的振動能量很小時，則其振動近似於簡諧運動。

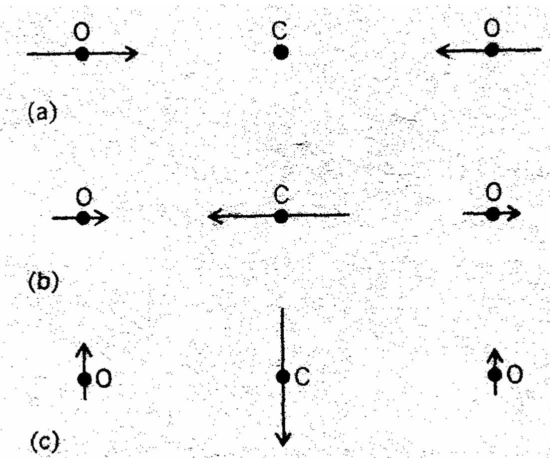
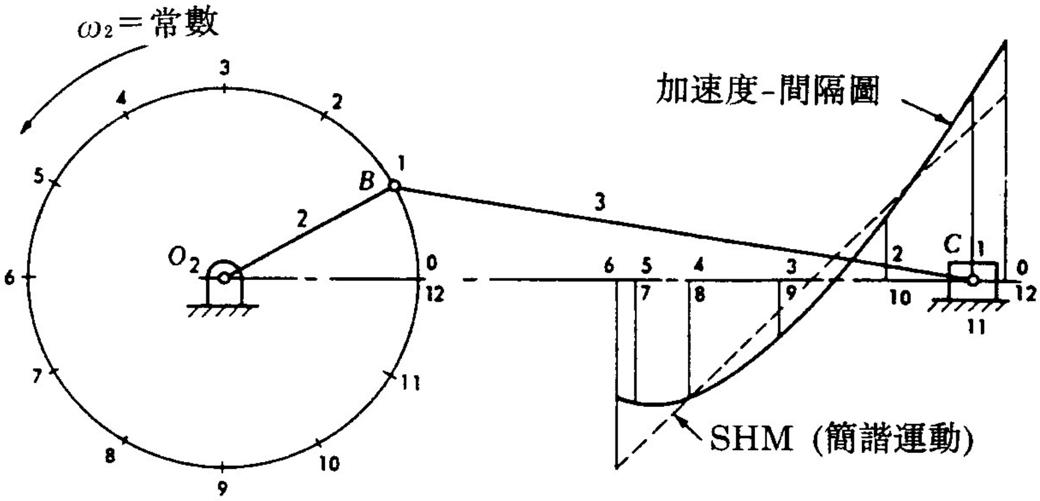
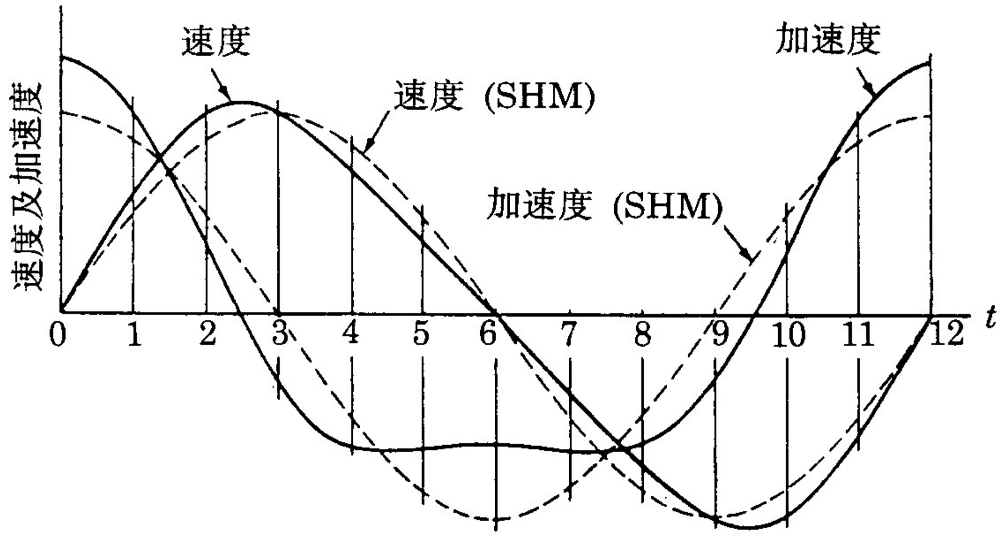


圖4　CO_2分子的三種正常振型之說明
(a)直線型內較低的頻率　(b)直線型內較高的頻率　(c)彎曲型。

在多原子分子(polyatomic molecule)或晶狀固體(crystalline solid)中，它的原子亦對一平衡位置而振動。它會振動的原因是由於有多量自由度的關係，然而，這種情況是很複雜的；例如在二氧化碳(CO_2)分子中，沒有氧原子能自己做諧和運動、甚至或做週期運動，在另一方面 CO_2 分子的運動可分解成很多的獨立運動，稱為正常振型(normal mode)，其中每一個運動都是它自身的簡譜運動。這種情形的運動有如三個氧原子在相位內作趨近或離開碳原子的運動(如團 4)。事實上在一分子中之原子的運動是分子各種正常振型和一旋轉的重疊而成。


ω₂＝常數
加速度-間隔圖
SHM (簡諧運動)
B
O2
C


速度
速度 (SHM)
加速度
加速度 (SHM)
速度及加速度
t
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12

九、單位換算：

TABLE 1.7 Selected Identities and Conversion Factors for SI and BES

Displacement (length):

1 m = 3.281 ft = 39.37 in = 100 cm = 1000 mm
1 km = .6214 mi = 3281 ft
1 in = 2.54 cm (exact) = 25.4 mm
1 mi = 5280 ft
1 yd = 3 ft = 36 in
1 ft = 12 in
1 revolution = 360° = 2π rad

Area:

1 m^2 = 10.76 ft^2 = 1550 in^2 1 yd^2 = 9 ft^2
1 cm^2 = 0.1550 in^2 1 ft^2 = 144 in^2
1 m^2 = 10 000 cm^2
1 cm^2 = 100 mm^2

Time:

1 h = 60 min = 3600 s
1 min = 60 s

Force:

1 N = .2248 lb   1 lb = 16 oz
1 lb = 4.448 N   1 ton = 2000 lb

Mass:

1 kg = .0685 slug   1 kg = 1000 g
1 slug = 14.6 kg   1 g = 1000 mg

Velocity (speed):

1 m/s = 3.60 km/h = 2.24 mi/h = 3.28 ft/s
60 mi/h = 88 ft/s (exact)
1 ft/s = 0.3048 m/s
1 rev/min = 0.1047 rad/s   60 rev/min = 1 cycle/s = 1 Hz

Work (energy, torque):

1 J = .738 ft-lb   1 ft-lb = 1.36 J
1 kWh = 3.6 MJ   1 N·m = .738 lb-ft
1 Btu = 1.06 kJ = 778 ft-lb

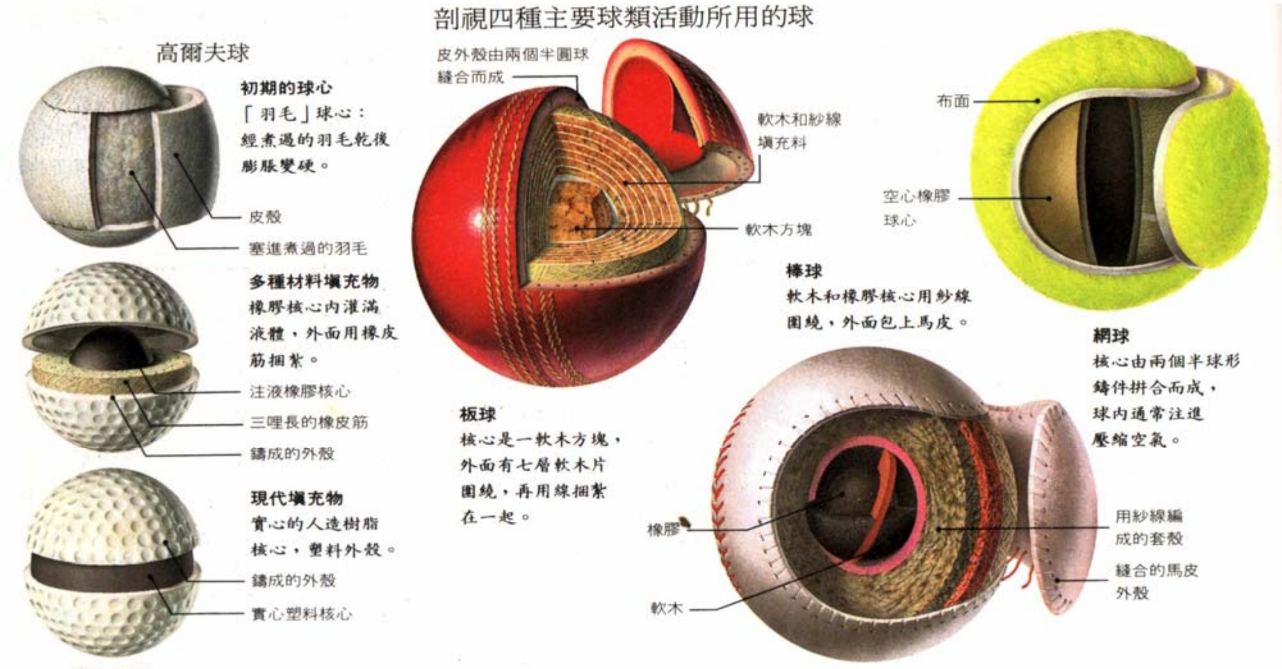
Power:

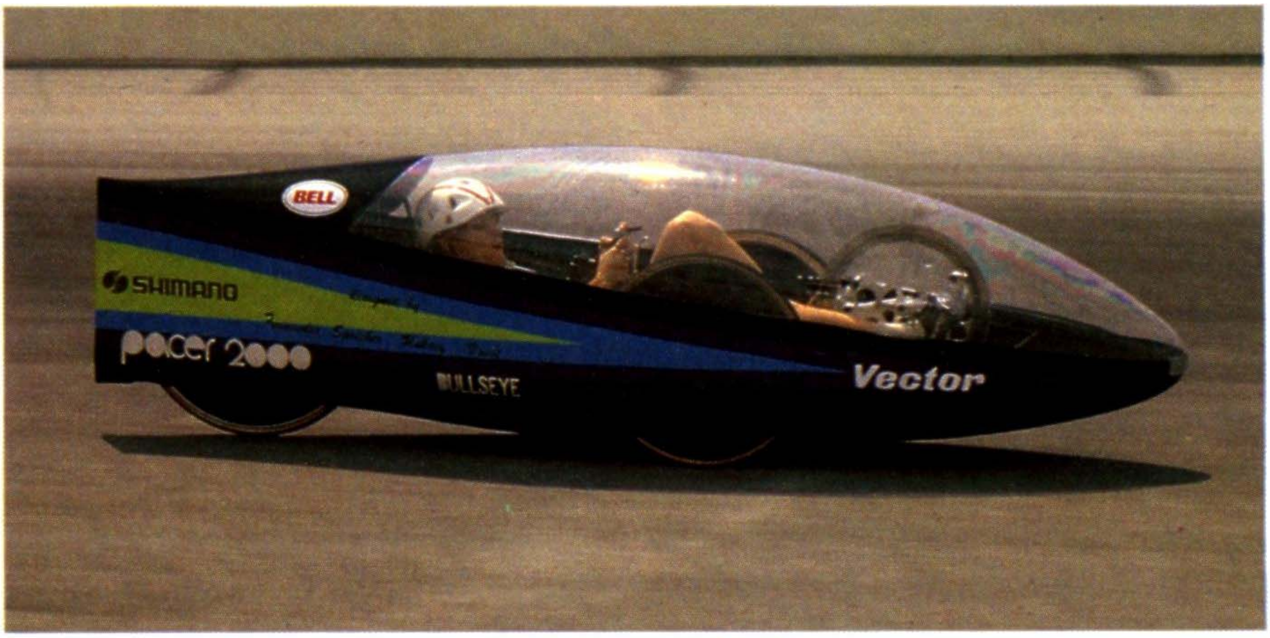
1 hp = 746 W = 550 ft-lb/s   1 hp = 33,000 ft-lb/min
1 W = .738 ft-lb/s   1 kW = 1.34 hp

General Constants:

Acceleration due to gravity (BES) = 32.2 ft/s^2
Acceleration due to gravity (SI) = 9.81 m/s^2
π = 3.1416

十、球





「飛矢」腳踏車　一九八〇年代初，英美兩國都生產「飛矢」腳踏車。這種車是在美國設計的，使用日本零件製成。迄今主要還是用作賽車。車手仰臥踏動腳鐙子前進，時速可達六十六哩。目前正試驗單座和雙座的車型，將來可成爲實用的交通工具。