

考慮運輸設備容量限制情況下之整合性存貨模式之研究

楊金山¹

南台科技大學工業管理所¹
710台南縣永康市南台街1號
Yanget12@mail.stut.edu.tw

邱永俊²

南台科技大學工業管理所²
710台南縣永康市南台街1號
ricky-box@yahoo.com.tw

摘要

JIT 觀念應用在供應鏈體系中，以精確地將產品的採購、生產與運送活動緊密連結在一起，達到同步化物流的運籌系統，其中批量整合政策與運輸設備容量限制是雙方要研究的重要課題。及時化採購優點為買方與賣方密切合作，長期採購合約約定賣方少量多次的小批量運送高品質產品，並縮短前置時間與降低存貨水準進而使得存貨總成本最佳化。

本研究建構在及時化採購技術下，考慮單項產品、單一買方與單一賣方的系統及運輸設備容量限制情形下；以最小買賣雙方整合總成本為目標，透過整合性存貨模式尋求在多批量運送下的供應商最佳生產批量與零售商最佳採購批量，並且對買賣雙方的成本函數進行分析。

關鍵字：供應鏈、及時化採購、整合性存貨模式、容量限制

1. 緒論

完善的存貨管理系統為企業降低成本以獲取更大利益的重要關鍵，對外與供應鏈成員維持良好關係，提高整體的成長；不好的存貨系統則會使得公司的成本提高，資金與物料與的積壓，進而喪失公司在市場上的競爭力，由此可知，存貨管理的優劣對一個公司營運有很大的關係。影響存貨發生的因素很多，各種產業有不同的產業屬性與產品特性，要如何整合採購、生產、行銷、財務等部門來訂制一套完善的存貨管理策略對公司來說是非常重要的課題，所以企業不斷的追求有效的存貨管理，來使得公司整體利益的提高。

由日本豐田汽車所研發的及時化（Just In Time, JIT）生產系統技術，成功且有效的將存貨數量與存貨成本降到最低，進而總成本也隨著降低。由於及時化生產系統強調零庫存，公司為了要隨時滿足顧客的需求，管理人員在採購作業上就必須要注意產品的品質、價格、數量等因數，所以公司在實行JIT系統採購技術之下，就得考慮產品的運送品質與決定適當的存貨水準，而產品的運送品質取決於運費與運送次數兩大因素與總成本之間的關係。而在運費與運送次數的決定上，買賣雙方都在尋求符合自己的最佳運送次數與合理的最低運費，來使得自己本身的總成本為最低。本研究探討當考慮運輸設

備容量限制時下找出最適當的運送次數及運費，對買賣雙方整合後的成本函數進行成本分析的情況，並且是否符合JIT存貨策略下的少量多頻率的運送精神。

2. 文獻探討

Goyal (1976) 提出，在單一買方與單一賣方的情況下，若賣方獲得買方的訂購數量與訂購週期時，賣方可以施行最佳的生產策略；當買方決定經濟訂購的策略後，得出其最佳訂購量與訂購點，再向賣方開出訂單，而賣方根據買方的購買資訊來決定自己的最佳生產策略。他同時又提出整合買方與賣方的成本函數，並且進一步獲得整合後的最適訂購批量與最適生產批量，得出整合後的買賣雙方總成本函數會低於個別實行經濟訂購批量與經濟生產批量帶入整合後的總成本函數。

Goyal (1988) 提出，利用整合後的買賣雙方的總成本函數來決定買方的經濟訂購批量，並且加入一個決策變數 n ，來決定賣方一次生產的批量為買方的經濟訂購批量的 n 倍，其中 n 為一正整數。但在該模式中並沒有考慮運送成本，且限制賣方批量生產完後方可交貨。

Lu (1995) 提出單一賣方與多個買方和單一賣方與單一買方的JELS模式，當賣方透過瞭解買方過去的訂購資訊時，如買方的年需求與訂購次數，賣方就能充分掌握本身的生產情形。而且當賣方一次生產多個買方的需求時，賣方能有效的降低成本。

Goyal (1995) 提出賣方生產的數量要為買方所訂購的數量，並將訂購的數量分為 k 次運送，第 i 次運送的批量為第 $(i-1)$ 次運送批量的 n （生產率÷需求率）倍，亦即 $q_i = n \cdot q_{i-1} = n^{i-1} \cdot q_1$ ， $i=1,2,\dots,k$ ，其中 q_1 為賣方運送給買方的第一批數量， P 是生產率， D 是需求率。

Ha and Kim (1997) 對買方的成本函數加入運送成本，再根據整合後的買賣雙方總成本函數來得出最適訂購批量與最佳運送次數，結果證明對於JIT採購的執行，在買方與賣方的小批量運送中，會使得買賣雙方的總成本為最小。

Hill (1997) 繼續推廣Goyal (1995) 和Lu (1995) 的模型，其考慮賣方生產買方訂購的數量，賣方在生產作業期間就開始運送貨品給買方，分 n 次運送給買方，而且第 i 次運送的批量為第 $(i-1)$ 次運送批量的 λ 倍， λ 介於1與（生產率÷需求率）之間；

亦即 $q_i = \lambda \cdot q_{i-1} = \lambda^{i-1} \cdot q_1$, $1 \leq \lambda \leq (P/D)$, $i = 1, 2, \dots, n$. 並且再次驗證了運送不相同批量的方式會比運送相同批量的方式在成本上會來得比較低。

任岳峰 (民88) 考慮運費的歸屬對於買賣雙方在個別的成本、經濟訂購批量、經濟生產批量上的影響。他進一步假設在不允許缺貨的情形下，當運費歸屬於買方時，買方所決定的經濟訂購批量為賣方的經濟生產批量；當運費歸屬於賣方時，賣方所決定的經濟生產批量為買方的經濟訂購批量。再利用現金補償的方式，由因採用整合模式而使成本降低的一方提供現金來補償成本增加的另一方。

Goyal and Nebebe (2000) 則提出賣方生產的數量仍是買方訂購的數量，而且賣方在生產作業期間就開始運送貨品給買方，生產數量分 n 次運送，第一次運送的批量為 q ，接下來 $(n-1)$ 次運送的批量固定為 q 的 (生產率÷需求率) 倍，亦即 $(P/D)q$ 。

3. 模型基本假設與符號

基本假設：

1. 針對單一產品，僅考慮單一位供應商 (supplier) 和單一位買方 (buyer) 的情況。
2. 賣方分批運送買方所訂購的數量，在此考慮運送成本且運輸設備容量 g 已知。
3. 需求率 D 已知，且為一固定的常數。
4. 生產率 P 一致且有限，為一常數。
5. 訂購量 (生產量) 的大小由運費歸屬的那一方來決定。
6. 不允許缺貨。
7. 成本函數為連續型函數，並可微分。
8. 第一個運送批量為 q ，而後生產的每一運送批量為第一個運送批量的 $\lambda (= P/D)$ 倍，故 $Q = q(1 + (N-1)\lambda)$ 。
9. 買方的單位持有成本大於供應商的單位持有成本，即 $H_B > H_V$ 。
10. 由於施行 JIT 採購系統，買賣雙方針對各自的成本充分揭露，並利用資訊交換來達成雙贏的局面。

相關符號定義：

為了區別買方與賣方在符號上的不同，因此下列各個相關符號中，若右下角標記 B 則屬於買方的符號，標記為 S 則屬於賣方的符號，標記 J 則表示整合買賣雙方的模式。

- Q : 買方訂購量 (賣方生產批量)。
- q : 賣方運送給買方的第一個批量數量。
- N : 每張訂單的運送次數，為一正整數。
- g : 運輸設備容量 (件/次)。
- D : 需求率為一常數。
- P : 生產率為一常數，其中 $P > D$ 。
- λ : 生產率與需求率的比率，即 $\lambda = P/D$ 。
- S : 賣方的每次生產的設置成本 (set up cost)。
- A : 買方的每次訂購的訂購成本 (ordering cost)。
- H_S : 賣方儲存單位成本 (元/單位/單位時間)。

H_B : 買方儲存單位成本 (元/單位/單位時間) 其中 $H_B > H_S$ 。

F : 每次運送的運輸成本，以次計費，與運送量無關，其中我們不考慮每次運送會產生的多餘成本。

$TC(q, N)_B$: 買方個別總成本。

$TC(q, N)_S$: 賣方個別總成本。

$TC(q, N)_J$: 整合模式下單位時間總成本。

4. 新模式建立

本研究藉由 Goyal and Nebebe (2000) 所提出的運送不等批量之存貨模式，來修正 Kim and Ha (2003) 所提出的成本模式在持有存貨成本的部分，重新計算修正後的買賣雙方個別的成本函數與買賣雙方整合後的成本函數；針對運送次數的部分，本文使用當考慮運輸設備容量限制下時的演算法來得出最適當的運送次數及運費。最後，根據任岳峰 (民88) 所提出的觀點，來探討買賣雙方整合後的成本。

4.1 買賣雙方的整合成本函數

首先依據 Kim and Ha (2003) 所提出的成本模式來探討，買賣雙方的個別成本函數與整合後的成本函數如下所示。

買方成本函數：

$$TC(Q, N)_B = \frac{D}{Q} A + \frac{Q}{2N} H_B + \frac{DN}{Q} \left(F + V \frac{Q}{N} \right) \dots\dots(1)$$

其中， V 為訂購持有與接收的單位變異成本。

賣方成本函數：

$$TC(Q, N)_S = \frac{D}{Q} CS + \frac{QH_S}{2N} \left\{ (2-N) \frac{D}{P} + N - 1 \right\} \dots\dots(2)$$

其中， C 為時間設置成本 (單位：小時)， S 為設置的時間。

將買方成本函數與賣方成本函數相加後，可以得到整合後的買賣雙方總成本函數為：

$$TC(Q, N)_J = \frac{D}{Q} (A + CS) + \frac{Q}{2N} \left[H_B + H_S \left\{ \frac{(2-N)D}{P} + N - 1 \right\} \right] + \frac{DN}{Q} F + DV \dots\dots(3)$$

接下來考慮 Goyal and Nebebe (2000) 文獻中，第一批運送的數量為 q ，接下來運送批量的每一批量都為 q 的 λ 倍，所以第二批以後的總運送批量為 $(N-1)q$ ，故總批量為：

$$Q = q(1 + (N-1)\lambda) \dots\dots(4)$$

因此，買方的存貨數量為：

$$\frac{q^2}{2D} + \frac{(N-1)(q\lambda)^2}{2D} \dots\dots\dots(5)$$

故買方的平均存貨量為：

$$\frac{q(1+(N-1)\lambda^2)}{2(1+(N-1)\lambda)} \dots\dots\dots(6)$$

賣方在製造期間，買賣雙方的總存貨數量會隨著 $(P-D)$ 的速率增加，所以，製造完成時的最大存貨數量為：

$$\frac{qD}{P} + \frac{(P-D)q(1+(N-1)\lambda)}{P} \dots\dots\dots(7)$$

因此，買賣雙方的總平均存貨量為：

$$\frac{qD}{P} + \frac{(P-D)q(1+(N-1)\lambda)}{2P} \dots\dots\dots(8)$$

故賣方的平均存貨量為總平均存貨量減去買方的平均存貨量，得到：

$$\frac{qD}{P} + \frac{(P-D)q(1+(N-1)\lambda)}{2P} - \frac{q(1+(N-1)\lambda^2)}{2(1+(N-1)\lambda)} \dots\dots\dots(9)$$

本文利用此買賣雙方各自的平均存貨模式來重新計算 Kim and Ha (2003) 模式中的平均存貨量，故得到新的成本函數為：

買方成本函數：

$$TC(q, N)_B = \frac{D(A+NF)}{q[1+(N-1)\lambda]} + H_B \frac{q[1+(N-1)\lambda^2]}{2[1+(N-1)\lambda]} \dots\dots\dots(10)$$

賣方成本函數：

$$TC(q, N)_S = \frac{DS}{q[1+(N-1)\lambda]} + H_S \left\{ \frac{qD}{P} + \frac{(P-D)q[1+(N-1)\lambda]}{2P} - \frac{q[1+(N-1)\lambda^2]}{2[1+(N-1)\lambda]} \right\} \dots\dots\dots(11)$$

整合後的買賣雙方總成本函數：

$$TC(q, N)_J = \frac{D(S+A+NF)}{q[1+(N-1)\lambda]} + \frac{q}{2} \left\{ \frac{2DH_S + H_S(P-D)[1+(N-1)\lambda]}{P} + \frac{(H_B - H_S)[1+(N-1)\lambda^2]}{[1+(N-1)\lambda]} \right\} \dots\dots\dots(12)$$

將 $TC(q, N)_J$ 做一次微分，並令其等於零，得出極值：

$$\frac{dTC(q, N)_J}{dq} = -\frac{D(S+A+NF)}{q^2[1+(N-1)\lambda]} + \left\{ \frac{2DH_S + H_S(P-D)[1+(N-1)\lambda]}{2P} + \frac{(H_B - H_S)[1+(N-1)\lambda^2]}{2[1+(N-1)\lambda]} \right\} \dots\dots\dots(13)$$

整理後得出：

$$q = \sqrt{\frac{2DP(A+S+NF)}{2DH_S[1+(N-1)\lambda] + H_S(P-D)[1+(N-1)\lambda]^2 + P(H_B - H_S)[1+(N-1)\lambda^2]}} \dots\dots\dots(14)$$

將 $TC(q, N)_J$ 做二次微分，可以得出：

$$\frac{d^2TC(q, N)_S}{dq^2} = \frac{D(S+A+NF)}{q^3[1+(N-1)\lambda]} > 0 \quad \forall q > 0 \dots\dots\dots(15)$$

$TC(q, N)_J$ 對 q 而言為凸函數。

又 q 會使得 $TC(q, N)_J$ 最小，得出

$$TC(q, N)_J = \frac{D(S+A+NF)}{q[1+(N-1)\lambda]} + \frac{q}{2} \left\{ \frac{2DH_S + H_S(P-D)[1+(N-1)\lambda]}{P} + \frac{(H_B - H_S)[1+(N-1)\lambda^2]}{[1+(N-1)\lambda]} \right\} \dots\dots\dots(16)$$

4.2 考慮運輸設備容量限制時下的整合成本函數

根據(16)的整合後的買賣雙方總成本函數且考慮到運輸設備容量限制，所建立以下數學模型：

Minimize

$$\frac{D(S+A+NF)}{q[1+(N-1)\lambda]} + \frac{q}{2} \left\{ \frac{2DH_S + H_S(P-D)[1+(N-1)\lambda]}{P} + \frac{(H_B - H_S)[1+(N-1)\lambda^2]}{[1+(N-1)\lambda]} \right\}$$

Subject to $q \lambda \leq g$

$$\dots\dots\dots(17)$$

將建立下列演算法以幫助求出訂購批量數量(q)、訂購量(Q)與運送次數(N)的最適值。

演算法：

步驟 1. 令 $N=1$ 。

步驟 2.

(a) 由入(14)式中，求算 q 值。

(b) 利用 q 值代入(4) 式中，求算 Q 值。

步驟 3. 利用 q 值與 λ 代入(16) 式中，求算

$$TC_i(q, N)_J。$$

步驟 4. 比較 q λ 與 g 。

(a) 如果 $q \leq \frac{g}{\lambda}$ ，則步驟 2 所求的解 q 為本章模型之最適值。

(b) 如果 $q > \frac{g}{\lambda}$ ，則最適的 $q = \frac{g}{\lambda}$ ，而其最適的 q 值以 q^* 表示，所以總批量 Q 值有所改變。

(i) 利用 q^* 解代入(4) 式中，求算 Q 值，所得 Q 值以 Q^* 表示。

(ii) 利用 q^* 值與 λ 代入(16) 式中，求算最適 $TC_i(q^*, N)_J$ 值。

步驟 5. $N=N+1$ ，重複步驟 2 到步驟 4 求出其

$$TC_{i(N)}(q^*(N), N)_J$$

步驟 6. 找尋 $\min_{i=0,1,\dots,D} TC_i(q_i^*, N)$ 。

$$\text{當 } TC(q^*(N), N)_J = \min_{i=0,1,\dots,D} TC_i(q_i^*, N)，\text{則}$$

$(q^*(N))$ 為給定的 N 值的最佳解。

4.3 數值範例

一個存貨問題的相關資料列示如下， $D=1000$ 件/年， $P=3200$ 件/年， $A=\$25$ /每次訂購， $S=\$400$ /次， $H_B=\$5$ /件/年， $H_S=\$4$ /件/年， $F=50$ /次， $g=170$ 件/次。在此以 EXCEL 軟體算出在買賣雙方聯合成本的最適訂購批量/生產批量與運送次數，並且數量方面小數點後無條件捨去，求一正整數值，成本方面取小數點後兩位四捨五入，求一近似值。

不等批量運送方式無容量限制由(4)、(14)、(16)式得出：

$$q=78, TC(q, N)_J=2000.54, Q=578$$

不等批量運送方式有容量限制(g)為 170 件/次由(4)、(16)、(17) 式得出：

$$q=53, TC(q, N)_J=2030.52, Q=563$$

由附錄圖 1 表示說明不同運送次數比較中可以看出最適的運送次數使整合總成本為最低。接下來，進一步說明將設下運輸設備容量限制($g=170$ 件/次)中不同運送次數比較可以清楚看出使整合總成本為最低的最適的運送次數如附錄圖 2、表 1 表示之。最後，由附錄表 2 顯示不等批量運送方式中無運輸設備容量限制情況下，運輸成本歸屬買方之整合買賣雙方總成本為 \$2000.54。但是，在現實生活中，運輸貨品時會受到運輸設備容量的限制，故

本研究在探討運費歸屬買方時，考慮運輸設備容量限制情況下之整合模式，其雙方總成本為 \$2030.52 以更符合現實生活中不等批量運送方式的情境。

本研究再將與任岳峰 (民 88) 的模式以 N 不變的情況加以設下運輸設備容量限制($g=170$ 件/次)，其所得數據整合買賣雙方總成本為 \$2360 與任岳峰 (民 88) 的模式所求出來之數據比較，其整合買賣雙方總成本為 \$2122，故將與任岳峰 (民 88) 的模式加以考慮運輸設備容量限制情況下，其有較能更符合實務層面上均勻批量運送方式的情境。

諸多文獻中發現，不等批量運送方式的總成本會比均勻批量運送方式的總成本要來的低，但在這些文獻中沒考慮到運輸設備容量限制情況下；其實，運輸設備容量限制對總成本的影響是需要加以考慮的。所以此本研究將考慮運輸設備容量限制情況後的整合買賣雙方總成本，在此一樣發現出不等批量運送方式的總成本會比均勻批量運送方式的總成本要來的低。

5. 結論

在現實生活中，運輸貨品時會受到運輸設備容量的限制，為了符合現實生活中的情境。故本研究建構在不等批量運送的情況下，加入運輸設備容量的限制後的整合買賣雙方總成本，以其較能更符合 JIT 存貨策略下的少量多頻率的運送精神。

參考文獻

- 任岳峰，民 88 年，及時化生產系統下整合存貨模式，國立台灣科技大學管理研究所工業管理學程碩士論文。
- Goyal, S. K., 1976, "An Integrated Inventory Model for a Single Supplier-single Customer Problem," *International Journal of Production Research*, 15(1):107-111.
- Goyal, S. K., 1988, "A Joint Economic-lot-size Model for Purchaser and Vendor: A Comment," *Decision Sciences*, 19(1): 236-241.
- Goyal, S. K., 1995, "A One-vendor Multi-buyer Integrated Inventory Model: A Comment," *European Journal of Operational Research*, 82 :209-210.
- Goyal, S. K. and Nebebe, F., 2000, "Determination of Economic Production-shipment Policy for a Single-vendor-single-buyer System," *European Journal of Operational Research*, 121:175-178.
- Ha, D. and Kim, S. L., 1997, "Implementation of JIT Purchasing: An Integrated Approach," *Production Planning & Control*, 8(2):152-157.
- Hill, R.M., 1997, "The Single-vendor Single-buyer Integrated Production-inventory Model with a Generalized Policy," *European Journal of Operational Research*, 97:493-499.
- Kim, S. L. and Ha, D., 2003, "A JIT Lot-splitting Model for Supply Chain Management: Enhancing

Buyer-supplier Linkage," *International Journal of Production Economics*, 86:1-10.

Lu, L., 1995, "A one-vendor multi-buyer integrated inventory model," *European Journal of Operational Research*, 81:312-323

附錄

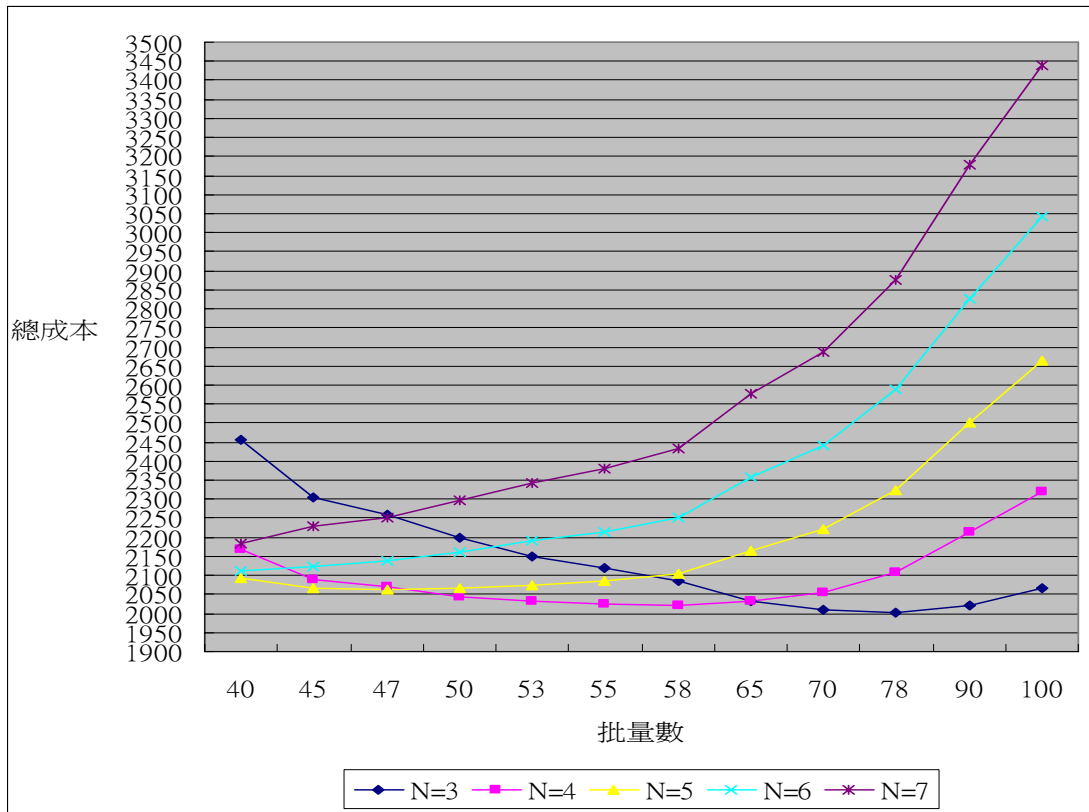


圖 1 無運輸設備容量限制下的買賣雙方總成本分析圖

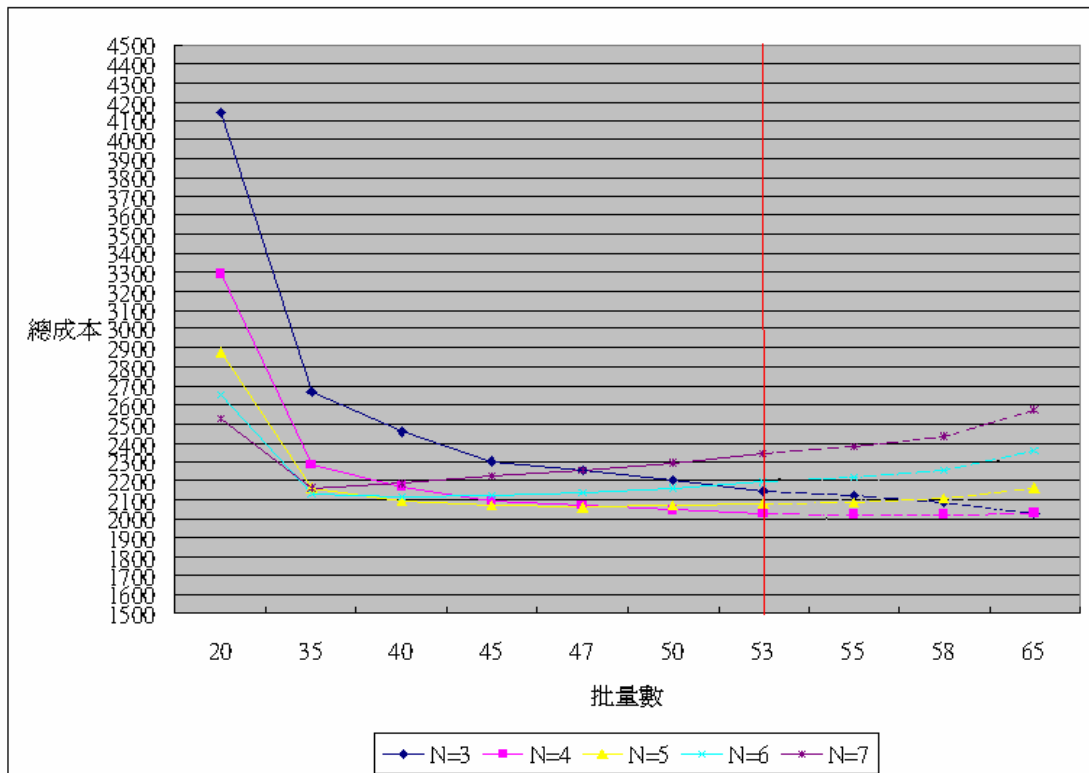


圖 2 運輸設備容量限制下(g=170 件/次)的買賣雙方總成本分析圖

表 1 運輸設備容量限制下(g=170 件/次)不同運送次數的買賣雙方總成本比較表

<i>N</i>	<i>q=20</i>	<i>q=35</i>	<i>q=40</i>	<i>q=45</i>	<i>q=47</i>	<i>q=50</i>	<i>q=53</i>	<i>q=55</i>	<i>q=58</i>	<i>q=65</i>
3	4142.66	2670.75	2457.62	2306.16	2258.44	2197.87	2148.54	2120.98	2086.53	2032.39
4	3294.54	2290.88	2166.91	2089.73	2068.61	2045.31	2030.52	2024.71	2021.22	2032.99
5	2880.56	2158.60	2092.64	2065.50	2062.73	2065.53	2075.39	2085.32	2104.56	2165.95
6	2655.56	2134.10	2112.59	2124.93	2136.92	2160.96	2191.16	2214.22	2252.59	2356.53
7	2529.73	2166.15	2181.98	2228.26	2253.12	2295.85	2344.13	2378.95	2434.58	2577.34

表 2 買賣雙方總成本分析表

不等 批量	運費歸屬(運輸成本 歸屬買方)	無容量限制最佳組合	有容量限制(g)為 170 件/次最佳組合
	依運輸成本歸屬決 定運送批量	N=3,Q=578	N=4,Q=563
		78,250,250	53,170,170,170
買賣雙方總成本	2000.54	2030.52	
均勻 批量	運費歸屬(運輸成本 歸屬買方)	任岳峰(民 88) 的模式之無容量 限制最佳組合	有容量限制(g)為 170 件/次
	依運輸成本歸屬決 定運送批量	N=3,Q=543	N=3,Q=510
		181,181,181	170,170,170
買賣雙方總成本	2122	2360	