1. 解 $y'-2y=\sin t$， $y(0)=1$.

〈解〉 $[sY(s)-y(0)]-2Y(s)=\dfrac{1}{s^2+1}$

$$[sY(s)-1]-2Y(s)=\frac{1}{s^2+1}$$

$$(s-2)Y(s)=1+\frac{1}{s^2+1}$$

$$(s-2)Y(s)=\frac{s^2+2}{s^2+1}$$

$$Y(s)=\frac{s^2+2}{(s-2)(s^2+1)}$$

$$=\frac{A}{s-2}+\frac{Bs+C}{s^2+1}$$

$$=\frac{A(s^2+1)+(Bs+C)(s-2)}{(s-2)(s^2+1)}$$

$$=\frac{s^2(A+B)+s(-2B+C)+(A-2C)}{(s-2)(s^2+1)}$$

$$s^2+2=s^2(A+B)+s(-2B+C)+(A-2C)$$

$A+B=1$ （1）

$-2B+C=0$ （2）

$A-2C=2$ （3）

(2)式代入(3)式得

$A-4B=2$ （4）

(1)式減掉(4)式得 $B=-\dfrac{1}{5}$

代入(1)式得 $A=\dfrac{6}{5}$

代入(2)式得 $C=-\dfrac{2}{5}$

$$Y(s)=\frac{6}{5}\frac{1}{s-2}-\frac{1}{5}\frac{s+2}{s^2+1}$$

$$=\frac{6}{5}\frac{1}{s-2}-\frac{1}{5}\frac{s}{s^2+1}-\frac{2}{5}\frac{1}{s^2+1}$$

$$y(t)=\frac{6}{5}e^{2t}-\frac{1}{5}\cos t-\frac{2}{5}\sin t$$