考慮前置時間與設置成本之整合性存貨模式
Integrated Inventory Models with Controllable Lead Time and Setup Cost Consideration

楊金山　蘇祐廷　南台科技大學工業管理研究所

摘　　要

供應鏈環境需要買方與賣方緊密合作，而整合性存貨模式可使兩方取得平衡，以決定適當的存貨水準，並使得存貨總成本最佳化，透過協商制定各成員分配節省之利潤。在存貨模式中，前置時間的控制愈來愈重要。許多學者將前置時間視為已知或隨機的，也就是前置時間是無法控制的；但在許多實際情況中，前置時間是可藉由付出趕工成本而縮減的。傳統存貨模式對於訂購成本常視為給定且不可控制的常數，但在許多實際情況，設置成本的降低可經由員工的訓練、作業程序的改變或採用新的設備來達成。因此，設置成本是可以經由付出額外的資金投資來加以控制。本研究旨在針對前置時間內需求量服從常態分配的假設下，使得買方與賣方所發生總存貨成本最小化，而提出一個整合性存貨模式，並同時得出訂購量、前置時間、設置成本與交貨次數最適解。本研究將根據整合性存貨模式目標函數的性質，提供有效率的程序演算法，使得能快速且正確決定最適存貨決策法則。

關鍵詞：前置時間、設置成本、整合性存貨模式

Yang, Jin-Shan and Su, Yu-Ting, Graduate Program of Industrial Management, Southern Taiwan University

ABSTRACT

The supply chain environment requires a new spirit of cooperation between the buyer and the vendor. The integrated inventory model can contribute significantly to better the vendor-purchaser relationship. Both purchaser and supplier may benefit from the negotiation process and the two sides may then determine how to divide the savings. In the production environment, lead time is an important element in any inventory management system. Traditionally, most of the literature dealing with inventory problems treated lead time as a prescribed constant or a stochastic variable, which therefore is not subject to control. However, in many practical situations, lead time can be reduced by an additional crashing cost, and hence is controllable. Traditional inventory models assume that certain parameter such as setup cost is constant. However, this may not be the case in many practical situations. For example, ordering cost can be controlled and reduced through various efforts such as worker training, procedural changes, and specialized equipment acquisition. Thus, setup cost can be reduced by additional capital investment. That is, it is controllable. This research develops a integrated inventory model for minimizing the total joint annual costs incurred by the vendor and the purchaser. The objective is to simultaneously optimize the order quantity, lead time, setup cost and number of delivery while the probability distribution of the lead time demand is normal. With these properties, the efficient solution procedures are presented to determine the optimal inventory policies speedily and optimally.

Keywords**:** Lead time, Setup cost, Integrated inventory models

一、前　言

存貨的管理問題，一直都爲各個企業們所重視，雖然無法真正做到零庫存，但若有效降低存貨，對於資金的運用會更加有利。近年的豐田式生產管理，採用及時化生產所帶來的利益是有目共睹的；及時化生產的特點在於重視產品的品質與縮短前置時間來達到及時化，並且藉由小批量多次運送的方式來達到有效控制存貨的目的。

1.1　研究動機

以往在討論存貨相關的問題時，經常將產品皆視爲符合規格需求的良品，但是在實際的生產過程中，我們不難發現，無論是採用再好的機器或原料去生產或僱用再細心的員工們去操作，或多或少都還是會有不良品的產生，因此，不良品是必須去考慮到的，對於不良品的處理方式，有諸如報廢、以次等品價格出售或是加工修復，在此，本研究是採取加工修復的方式來處理不良品。

前置時間的長短，影響著廠商們能否準時的將產品交付到買方的手中，在過去的一些文獻中，往往將前置時間假設爲固定已知或者視爲隨機變數，也就是說前置時間視不可控制的，然而，前置時間是能藉由購買新的生產機器、要求員工加班、改用別種運輸工具來運送貨品或是投入額外成本改善作業方式來縮短(楊金山，2003)。而這些能縮短前置時間的方式其所需的支出即是我們所謂的趕工成本。縮短前置時間雖然可以減少存貨成本、降低安全存量與缺貨的可能性，但是同時也會提高趕工的成本，因此，只要趕工成本能被接受，就能對前置時間做一定程度的縮減，進而降低總成本，提高企業的競爭力。

近年來對於改善設置成本的方式已受到廣泛的探討與研究，但改善設置成本在於整合性存貨方面的研究文獻中並不常見。在實際上，設置成本也是可以藉由投入額外的資金來加以控制的，例如購買新的設備、員工訓練與作業程序的改變(Ouyang et al., 1999)。因此，本研究另外一個重點即是考慮設置成本對其他變數之間的互動關係，並印證設置成本是可藉由投入額外資金來加以控制、縮減的。

1.2　研究目的

本研究主要是針對不完美生產系統的情況，傳統的存貨模式假設生產過程或產品的品質水準是控制在最佳的狀況下，未考慮任何與品質有關的成本。然而許多實際的情況並非如此。在真實的環境中，產品的品質並非是完美無缺的。

本研究的目的是探討單一買方與單一賣方的不良品修復之整合性存貨模式，以等批量多次運送的方式交貨，考慮前置時間與設置成本的變動，找出最適的運送次數、運送數量、前置時間與設置成本，期望能盡量貼切實務並找出最適的存貨法則。

二、文獻探討

2.1 整合性存貨模式

Goyal (1976) 最早提出單一買方及單一賣方的整合性存貨模式，對買賣方的聯合總成本作介紹。

Banerjee (1986) 提出不分批配送的整合經濟批量模型，將批量的大小視爲一決策變數，模式中賣方每次生產買方的訂購數量，直到整批產品全部生產完畢後，一次運送給買方。

Lu (1995) 提出單一賣方與多個買方的整合性存貨模式，模式中賣方只需知道買方的年需求量與先前的訂購次數，即可求算出最適批量。

Ha and Kim (1997) 則發展了一套單一買方與單一賣方的整合性存貨模式，同時也考慮 JIT 小批量觀念，假設買方訂購批量與賣方生產批量相等，將訂購批量在生產週期內分成 m 次運送給買方，以達成聯合總成本最低爲目標。

2.2 批量中含不良品的存貨模式

Schwaller (1988) 對於傳統經濟訂購批量有不同的想法，認爲生產過程中不可能會發生所有商品皆爲良品的情況，而且其不良品的發生機率爲已知固定比率。

Salameh and Jaber (2000) 假設在不完美品質的情況下存貨的接收與生產問題，經過 100%完全檢驗後，區分出良品與不良品，並且等不良品累積至一定批量後再以折扣價格轉售，這兩位學者發現當不良品增加時，經濟訂購批量也會隨之增加。

Huang (2004) 將買方訂購批量中不良品的比例設爲隨機變數，買方採全部檢查策略的整合存貨模式，若在批量中發現不良品，則運返給賣方處理。

鄭家昌(2002)在考慮瑕疵品及重製之情況下，針對不可靠生產系統進行最佳經濟生產批量的探討。

2.3 考慮前置時間的存貨模式

Tersine (1994) 認爲前置時間是由發出訂單前的準備時間、訂單遞送時間、賣方的前置時間、運輸時間和整備時間所組成。所以在許多實際的情況下，前置時間是可以藉由投入額外的資金，以趕工的方式來縮短，只要趕工成本能被接受，就能對前置時間做適當的調整，並非是固定的常數或是隨機變數。

Liao and Shyu (1991) 提出訂購量爲事前決定的而前置時間爲決策變數的機率性存貨模式。模式中，前置時間內的作業由 n 個成分組成，每一種成分各有不同的正常作業時間，充分趕工下的作業時間及單位時間的趕工成本。

Ouyang *et al*. (1996) 則考慮前置時間需求量服從常態分配，前置時間與訂購量皆爲決策變數，並假設缺貨的情況，加入缺貨成本且缺貨期間，考慮缺貨數量部分欠撥和缺貨不補的情形。

蔡依齡(2003)針對不完美之生產系統，考慮不良品重製的成本和速度，並將其納入制定生產批量的策略中，而不良品於生產結束後以重工修復的方式處理，使其重製後的產品符合品質標準，在重製生產速率大於與小於消費者需求率等兩種情形下，分別建立其部分缺貨欠撥及部分銷售損失之混合存貨模式，並尋求最佳生產批量與再生產點。

黃家伶(2006)以小批量多次運送的方式，考慮前置時間與品質成本的單一買方與單一賣方的整合性存貨模式作探討。

Abdullah (2007) 針對訂購批量中含不良品且允許缺貨、不良品皆可被檢查出來並與良品分開銷售的情況，探討不良率對最適生產批量的影響。

有關可控制前置時間的研究文獻，主要是從單方面存貨系統問題探討付出額外趕工成本縮短前置時間的，並未應用在買方與賣方合作的供應鏈存貨模式。

2.4 考慮設置成本的存貨模式

隨著資訊科技的發達，在以往只能由人工方式處理的事務，例如訂單的傳遞與處理，如今皆能透過一些資訊系統來代爲處理，不但提高了作業的速度，也降低了作業的成本，因此有不少的學者探討投入額外資金來降低設置成本的可行性與對總成本的影響。

Porteus (1985) 所提出的，以傳統經濟生產批量爲基礎，考慮降低設置成本投資函數爲對數函數與乘冪函數時，對總成本的影響。

Ouyang *et al*. (1999) 則是考慮缺貨欠撥與銷售損失混合的情形，將訂購數量、再訂購點、設置成本與前置時間視爲決策變數的存貨模式。

張宏吉(2000)針對連續性檢查的批量請購點(Q,r)存貨系統，對設置成本與品質水準作探討，考慮缺貨欠撥與銷售損失的情形，以訂購數量、品質水準、再訂購點、前置時間與設置成本爲決策變數

的存貨模式。

楊金山(2003)探討在等批量多次運送時，針對前置時間內需求量之機率服從常態分配的情形下，以運送次數、訂購數量、品質水準、前置時間與設置成本爲決策變數的整合性存貨模式。

2.5 文獻小結

綜合上述文獻得知傳統的存貨模式只考慮單一買方或是賣方的立場，無法達到整體成本最佳化。若以買賣雙方的立場作爲考量，則共同的聯合成本可達到整體的最佳，雙方也可以從中分享最佳的長期利益。傳統的整合性存貨模式只著重在批量運送次數的研究，對於其他影響存貨控制的重要因素，如前置時間與品質水準，仍視爲已知且不可控制的常數。因此，本研究的重點即是提出整合性存貨模式，探討如何於控制前置時間的同時，進一步考慮設置成本與其他變數之間的可能互動關係，以及如何控制設置成本，期望求得更符合實際上生產系統要求的生產批量。本研究將來成果在管理應用，提出買賣雙方之交易及生產行爲之整體性規劃模式，以提供買賣雙方在進行交易過程中，爲追求成本最小化之目標，做出理性決策之依據，達成存貨控制之最大效益。

三、模式建立

在本模式中所使用到的假設與符號如下：

基本假設：

1. 需求率與生產率皆爲已知的某常數。
2. 生產率大於買方需求率，$P > D$。
3. 每一次的生產批量爲 mQ，共須運送 m 次給買方，每次運送量爲 Q，m 爲正整數。
4. 不良率爲一固定已知常數。
5. 不良品的修復過程爲完全修復。
6. 原料倉儲與瑕疵品緩衝容量不受限制。
7. 沒有資金的限制
8. 沒有數量折扣。
9. 每次訂購是以一次訂購，多次運送來代替傳統的一次運送。
10. 買方當存貨量達至再訂購點 R 時，便發出通知，請買方送貨；若目前手上的產品已是訂購量 mQ 中的最後一批產品，買方則在存貨水準達至再訂購點時發出訂單來訂購下一批貨品。賣方在接到通知或是新訂單時，立即運送數量 Q 給買方。
11. 前置時間內的需求量 X 服從常態分配，平均數爲 DL，標準差爲 $\sigma\sqrt{L}$ 。
12. 如果允許縮短前置時間，則賣方所發生額外趕工成本將完全轉嫁給買方。
13. 本整合性存貨模式中的設置成本水準可藉由投資額外的資金而縮減。投資資金以降低設置成本水準使用對數函數表示的連續決策變數。改變設置成本，使其從原先的 S_0 降至 S 時所需投資的金額，其數學模式爲 $K(S)=s\ln(S_0/S)$，$0< S < S_0$，其中 $s=1/\varepsilon$ ，ε 爲每增加 $K(S)$ 一元的投資，設置成本所縮減的百分比。
14. 再訂購點=前置時間內的需求量+安全存量，安全存量=k*前置時間需求量的標準差，$R = DL + k\sigma\sqrt{L}$ ，其中 k 爲安全因子。
15. 不考慮缺貨成本項。

符號定義：

P　：賣方的年生產量

D　：買方的年需求量

λ　：賣方的年不良品數量

Q　：買方每次的訂購量

λ / P　：年不良率

P_1　：年不良品修復速率

S　：賣方每次的設置成本

A　：買方每次的訂購成本

r　：每年每元持有成本

C_v　：賣方每單位的生產成本

C_b　：買方每單位的訂購成本，$C_b > C_v$

C_R　：賣方每件不良品的修復成本

F　：每次的運送成本

m　：一次生產批量的交貨次數

h_v　：賣方每年每件產品的持有成本（$h_v = rC_v$）

h_b　：買方每年每件產品的持有成本（$h_b = rC_b$）

C　：買方的趕工成本

L　：前置時間長度

X　：前置時間內的需求量

a_i　：前置時間組成成分i的充分趕工下的作業時間

b_i　：前置時間組成成分i的正常作業時間

c_i　：前置時間組成成分i的單位趕工成本

S_0　：原先的設置成本水準。

α　：代表賣方每單位資金每年的成本。

TC_v　：賣方全年總成本

TC_b　：買方全年總成本

JTC　：全年的整合總成本，為買方與賣方的全年總成本之和

本章主要是探討在不良品修復的情況下對最適訂購量與運送次數的影響。產品是由賣方所製造，為了確保送到買方的產品皆是良品，因此，當賣方在產品中發現不良品時，便會將其與良品分開，直到累積一定的數量後，將所有的不良品全部一次修復完畢並送交買方。

我們先由圖 1 來探討賣方的全年總成本可寫成下列形式：

TC_v=設置成本+修復成本+持有成本

(1)全年的設置成本

賣方每次的設置成本為 S，每次生產週期的產品數量為 mQ，全年的需求量為 D，因此全年的設置成本為

$$\frac{D}{mQ}S \tag{1}$$

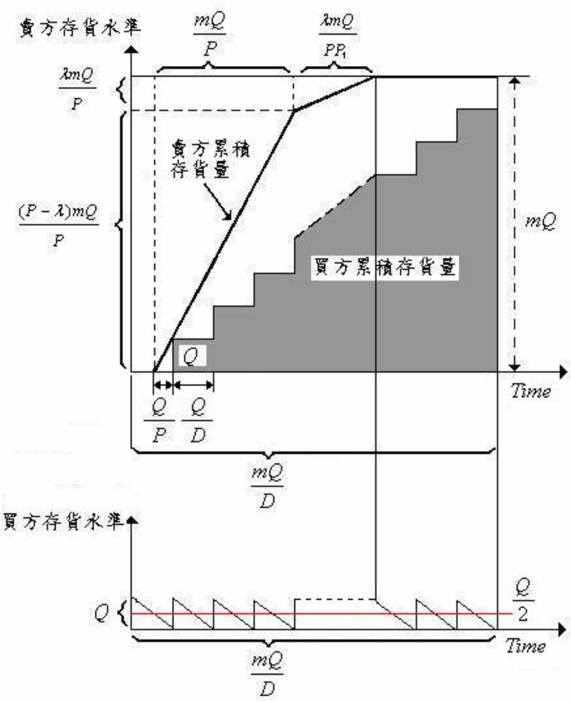

圖 1 買方與賣方的存貨水準

(2)全年的修復成本

賣方每件不良品的修復成本為 C_R，每一生產週期的產量為 mQ，每一生產週期的不良品數量為 $\lambda mQ/P$，因此全年的修復成本為

$$\frac{\lambda mQ}{P}C_R \tag{2}$$

(3)全年的平均持有成本

賣方每次生產的數量為 mQ，每次運送數量為 Q，直到產品全部運送完為止，故每一個生產週期的持有數量為(推導過程請參閱附錄 A)

$$\frac{Q}{2}\left[\left(2-m-\frac{\lambda m}{P^2}-\frac{\lambda^2 m}{PP_1}\right)\frac{D}{P}+m-1\right] \tag{3}$$

每年每件產品的持有成本爲 h_v，因此每年的持有成本爲

$$h_v \times \frac{Q}{2}\left[\left(2-m-\frac{\lambda m}{P^2}-\frac{\lambda^2 m}{PP_1}\right)\frac{D}{P}+m-1\right] \quad (4)$$

將上述(1)、(2)、(3)跟(4)加總，即得買方全年總成本，如下

$$\begin{aligned} & TC_v(m,Q) \\ & = \frac{D}{mQ}S+\frac{\lambda mQ}{P}C_R+ \\ & h_v \times \frac{Q}{2}\left[\left(2-m-\frac{\lambda m}{P^2}-\frac{\lambda^2 m}{PP_1}\right)\frac{D}{P}+m-1\right] \end{aligned} \quad (5)$$

接著建立買方的存貨模型

TC_b=訂購成本+運送成本+持有成本

(1)全年的訂購成本

買方每次的訂購成本爲 A，每次訂購的數量爲 mQ，全年的需求量爲 D，因此全年的設置成本爲

$$\frac{D}{mQ}A \quad (6)$$

(3)全年的運送成本

買方每次的運送成本爲 F，每次運送的數量爲 Q，全年的需求量爲 D，因此全年的運輸成本爲

$$\frac{D}{Q}F \quad (7)$$

(2)全年的持有成本

買方每次收到的產品數量爲 Q，每年每件產品的持有成本爲 h_b，因此全年的持有成本爲

$$\frac{Q}{2}h_b \quad (8)$$

將上述(6)、(7)跟(8)成本加總，即得買方全年總成本，如下

$$TC_b(m,Q)=\frac{D}{mQ}A+\frac{D}{Q}F+\frac{Q}{2}h_b \quad (9)$$

結合賣方全年總成本(5)式與買方全年總成本(9)式，即爲全年的聯合總成本，可以表示如下

$$\begin{aligned} & JTC(m,Q)=\frac{D}{Q}\left[\frac{A+S}{m}+F\right]+\frac{\lambda mQ}{P}C_R \\ & +\frac{Q}{2}\left\{h_b+h_v\left[\left(2-m-\frac{\lambda m}{P^2}-\frac{\lambda^2 m}{PP_1}\right)\frac{D}{P}+m-1\right]\right\} \end{aligned} \quad (10)$$

在(10)式中的設置成本被視爲是一固定且已知的常數。但是，如先前所述敘的，設置成本是可以藉由各種不同的投資資金方式而加以控制、降低的，而前置時間也可藉由趕工的方式來進行縮短；因此，在 $0<S<S_0$ 與 $L\in[L_i, L_{i-1}]$ 的限制之下，提出一個以運送次數、運送數量、前置時間與設置成本爲決策變數的整合性存貨模式，其全年聯合總成本如下：

$$\begin{aligned} & JTC(m,Q,L,S) \\ & = JTC(m,Q)+\alpha s\ln\frac{S_0}{S}+\frac{D}{Q}C_i(L)+h_b k\sigma\sqrt{L} \\ & =\frac{D}{Q}\left[\frac{A+S}{m}+F+C_i(L)\right]+\frac{\lambda mQ}{P}C_R \\ & +\frac{Q}{2}\left\{h_b+h_v\left[\left(2-m-\frac{\lambda m}{P^2}-\frac{\lambda^2 m}{PP_1}\right)\frac{D}{P}+m-1\right]\right\} \\ & +\alpha s\ln\frac{S_0}{S}+h_b k\sigma\sqrt{L} \end{aligned}$$

Subject to $0<S<S_0$ ， $L\in[L_i, L_{i-1}]$ (11)

由於本章的問題在於求取(m,Q,L,S)的最適解，因此，暫時忽略限制式 $0<S<S_0$。首先對給定的 m 與 i=1, 2,…,n，將全年聯合總成本 $JTC(m,Q,L,S)$ 分別對運送數量 Q、前置時間 L 與設置成本 S 做一階偏微分，所得如下列(12)、(13)與(14)三式

$$\frac{\partial JTC_i(m,Q,L,S)}{\partial Q}=-\frac{D}{Q^2}\left[\frac{A+S}{m}+F\right]+\frac{\lambda m}{P}C_R+\frac{1}{2}\left\{h_b+h_v\left[\left(2-m-\frac{\lambda m}{P^2}-\frac{\lambda^2 m}{PP_1}\right)\frac{D}{P}+m-1\right]\right\}\quad(12)$$

$$\frac{\partial JTC_i(m,Q,L,S)}{\partial L}=-\frac{D}{Q}C_i+\frac{h_b k\sigma}{2\sqrt{L}}\quad(13)$$

$$\frac{\partial JTC_i(m,Q,L,S)}{\partial S}=\frac{D}{mQ}-\frac{\alpha s}{S}\quad(14)$$

接著再檢視二階充分條件(second order sufficient conditions)，發現$JTC_i(m,Q,L,S)$並非是(Q,L,S)的凸函數。然而，對任意給定的(m,Q,S)值，$JTC_i(m,Q,L,S)$爲 $L\in\left[L_i,L_{i-1}\right]$的凹函數，因爲

$$\frac{\partial^2 JTC_i(m,Q,L,S)}{\partial L^2}=-\frac{1}{4}h_b kL^{-\frac{3}{2}}<0\quad(15)$$

所以對任意給定的(m,Q,S)值與i值，最小的全年聯合總成本必定會發生在 $L\in\left[L_i,L_{i-1}\right]$的端點上。對給定的$m$與 $L\in\left[L_i,L_{i-1}\right]$，$i$=1, 2, ⋯, n，$JTC_i(m,Q,L,S)$爲(Q,S)的凸函數(請參閱附錄B)。故於給定的m與 $L\in\left[L_i,L_{i-1}\right]$，最適的$(Q,S)$值必定滿足$\frac{\partial JTC_i(m,Q,L,S)}{\partial Q}=0$與$\frac{\partial JTC_i(m,Q,L,S)}{\partial S}=0$，分別令(12)與(13)式等於零，整理可得

$$Q_i=\sqrt{\frac{2D\left[\frac{A+S}{m}+F+C_i(L)\right]}{h_b+h_v\left[\left(2-m-\frac{\lambda m}{P^2}-\frac{\lambda^2 m}{PP_1}\right)\frac{D}{P}+m-1\right]+\frac{\lambda m}{P}C_R}}\quad(16)$$

$$S_i=\frac{mQ\,\alpha s}{D}\quad(17)$$

接著將$JTC_i(m,Q,L,S)$對m做一階與二階偏微分，可得到

$$\frac{\partial JTC_i(Q,k,L,m)}{\partial m}=-\frac{D}{Q}\left(\frac{A+S}{m^2}\right)+\frac{\lambda Q}{P}C_R+\frac{h_v Q}{2}\left(1-\frac{D}{P}-\frac{\lambda D}{P^3}-\frac{\lambda^2 D}{P^2 P_1}\right)\quad(18)$$

$$\frac{\partial^2 JTC_i(Q,k,L,m)}{\partial m^2}=\frac{2D}{Q}\left(\frac{A+S}{m^3}\right)>0\quad(19)$$

由(19)式可知 $JTC_i(m,Q,L,S)$爲 m 的凸函數，故運送次數的局部最適解會是全域最適解；由於 m 屬於一特定且有限正整數，可以求得 $JTC_i(m,Q,L,S)$中的訂購批量 Q 與設置成本 S，所以 m 的求法可利用 $Z(m^*-1)\le Z(m^*)\le Z(m^*+1)$得知爲

$$m^*(m^*-1)\le\frac{(A+S)\left[h_b+(\frac{2D}{P}-1)h_v\right]}{h_v\left[F+C(L)\right](1-\frac{D}{P}-\frac{\lambda D}{P^3}-\frac{\lambda^2 D}{P^2P_1})+\frac{\lambda}{P}C_R}\le m^*(m^*+1)\quad(20)$$

(請參閱附錄 C)。

由(17)式可知S的值爲正數。當考慮限制式 $0<S<S_0$時，若$S<S_0$成立，對任意給定的前置時間 $L\in\left[L_i,L_{i-1}\right]$，在解點$m^*$、$Q^*$與$S^*$使全年聯合總成本$JTC(m,Q,L,S)$有最小值的局部最適解。若發生$S>S_0$的情形，表示對任意給定的前置時間 $L\in\left[L_i,L_{i-1}\right]$，改善設置成本的投資活動不切實

際，則此時不應採取投資額外資金於改善設置成本，即最適的設置成本爲原先的設置成本。

另外，由(16)、(17)兩式可發現Q_i與S_i互爲函數關係，無法個別求出明確解，所以建立下列演算法來求取最適的運送次數m、運送數量Q、前置時間L與設置成本S。

演算法

Step 1. 對每一個L_i， $i=0,1,2,\ldots,n$，設定起始值$S_i = S_0$並執行(1)至(3)。

(1) 利用S_i帶入(20)式，求算m_i，再將S_i與m_i值代入(16)式中，求算Q_i。

(2) 再將求算出來的Q_i與m_i代入(17)式，求算出S_i。

(3) 重覆(1)至(2)直到m_i、Q_i與S_i之值不會改變，表示此爲收斂值，並設此值各爲m_i^*、Q_i^*與S_i^*。

Step 2. 若$S_i^*<S_0$，則*Step*1所求得的解表示爲最適解；利用(11)式計算$JTC_i(m_i^*, Q_i^*, L_i^*, S_i^*)$，到*Step* 3。

Step 3. 當$JTC_i(m^*_{(S)}, Q^*_{(S)}, L^*_{(S)}, S^*_{(S)}) = \min_{i=0,1,2,\ldots n} JTC_i(m^*_i, Q^*_i, L^*_i, S^*_i)$，則$JTC_i(m^*_{(S)}, Q^*_{(S)}, L^*_{(S)}, S^*_{(S)})$爲最適解。

四、數值範例

有一存貨問題的相關資料列示如下：D=1000件/年，P=3200件/年，A=25元/每次訂購，F=40元/每次運送，S=400元/每次設置，C_R=3元/件，h_b=5元/年件，h_v=4元/年件，σ =7件/週，π =10元/件，λ =64件/年，P_I=3200件/年。前置時間內的作業由三個成分所組成，如表1顯示每一個成分的正常作業時間b_i、充分趕工下的作業時間a_i與每一組成成分的單位時間趕工成本c_i。此外，有關降低設置成本改善問題的數值資料爲α =0.1元/年，$K(S)$=2000*ln(S_0/S)。

表1 前置時間內各組成成分的相關資料

前置時間組成成分 i	正常作業時間 b_i(天)	充份趕工下作業時間 a_i(天)	單位時間趕工成本 c_i($/天)
1	20	6	0.1
2	20	6	1.2
3	16	9	5

利用上述的數值資料與演算法的求解步驟，可以算出當最適訂購量mQ=266件，前置時間L=6週，運送次數m=2次，會有最小全年聯合總成本爲$1822.89。其最適求解過程如表2。

表2 改善設置成本與前置時間之最適解求解程序表

i	L_i(週)	m_i	Q_i	S_i	全年聯合總成本
0	8	2	132	53	$1843.15
1	6	2	133	53	**$1822.89**
2	4	1	197	39	$1876.36
3	3	1	228	46	$2020.10

接著，爲了說明當已前置時間與設置成本爲決策變數時對整合性存貨模型的影響，表3除了列出本模式與傳統的可控制前置時間之模式外，另外，建立一個有延伸考慮不

良品修復時間的模式，允許缺貨、設置成本爲固定，僅考慮前置時間爲可操控因子的存貨模型。

表3 不同整合性存貨模型比較表

	傳統可控制前置時間的模式	考慮可控制前置時間與不良品修復時間的模式	本模式
設置成本 (*S*)	$400	$400	$53
運送次數 (*m*)	4	4	2
運送數量 (*Q*)	141	180	133
訂購數量 (*mQ*)	564	720	266
買方全年總成本	$890.3	$914.8	$937.5
賣方全年總成本	$1412.8	$944.2	$885.4
全年聯合總成本	$2303.1	$1859	**$1822.9**

由表3顯示，當前置時間皆列入整合性存貨模型中加以考量的時候，對設置成本有加以改善的全年聯合總成本$1822.9，會比設置成本爲固定的傳統可控制前置時間及考慮可控制前置時間與不良品修復時間的全年聯合總成本還來的低，此結果說明同時將設置成本與前置時間是爲決策變數時，確實是有助於降低全年聯合總成本。

小結

同時考慮前置時間與設置成本比只考慮前置時間的模式所獲取的利益還要多；降低前置時間與設置成本，皆能藉由投入額外的資來來達成並於改善過後可以獲取更多的利益，但是降低的前置時間與設置成本越多，所需投入的資金也相對的越高，只要投入的資金適當，對公司的的獲利將會有不少幫助。

五、結　論

在改善設置成本與前置時間之整合性存貨模式中，可發現若能投入額外的資金來降低設置成本與縮短前置時間，可以有效的降低全年聯合總成本；並與兩種僅改變前置時間的存貨模式做比較，可發現到同時改善設置成本與前置時間的情況下會有較低的全年聯合總成本與較適的運送數量、運送次數。本研究發展整合性存貨模式的快速求解方法，提供存貨管理者之訂購策略之參考。本研究成果所提出的存貨模式，在某些條件限制下大多可簡化成其他的存貨模式，這些存貨模式許多爲本模式之特例，本研究針對整合性存貨模式提出較廣泛應用。

參考文獻

[1]張宏吉，*可控制參數的連續性檢查存貨系統之研究*，私立淡江大學管理科學學系博士論文，2000。

[2]鄭家昌，*不可靠生產系統之經濟批量模式-考慮瑕疵品及重製製程*，國立成功大學工業管理研究所碩士論文，2002。

[3]楊金山，*可控制變數之整合性存貨系統研究*，國立台灣科技大學工業管理系博士論文，2003。

[4]蔡依齡，*允許部分欠撥下不完美生產系統之經濟批量*，私立真理大學管理科學研究所碩士論文，2003。

[5]黃家伶，*考慮前置時間與品質成本之整合存或模式研究*，私立南台科技大學工業管理研究所碩士論文，2006。

[6]Abdullah, E. and Gultekin O, *An economic order quantity model with defective items and shortages*, **International Journal of Production Economics 106**：544-549., 2007.

[7]Banerjee, A., *A joint economic-lot-size model for purchaser and vender*, **Decision Sciences 17**：292-311, 1986.

[8]Goyal, S. K., *An integrated inventory model for a single supplier-single customer problem*, **International Journal of Production Research 15**(1)：107-111, 1976.

[9]Ha, D. and Kim, S. L., *Implementation of JIT purchasing: an integrated approach*, **Production Planning & Control 8**(2)：152-157, 1997.

[10]Huang, C. K., *An optimal policy for a single-vender single-buyer integrated production-inventory problem with process unreliability consideration*, **International Journal of Production Economics 91**：91-98, 2004.

[11]Liao, C. J. and Shyu, C. H., *An analytical determination of lead time with normal demand*, **International Journal of Operations and Production Management 11**(9)：72-78, 1991.

[12]Lu, L., *A one-vendor multi-buyer integrated inventory model*, **European Journal of Operational Research 81**：312-323, 1995.

[13]Ouyang, L. Y., Chen, C. K. and Chang, H. C., *Lead time and ordering cost reductions review inventory system with partial backorders*, **Journal of the Operational Research Society 50**：1272-1279, 1999.

[14]Ouyang, L. Y., Yeh, N. C. and Wu, k. S., *Mixture inventory model with backorders and lost sales for variable lead time*, **Journal of the Operational Research Society 47**：829-832, 1996.

[15]Porteus, E. L., *Investing in reduced setups in the EOQ model*, **Management Science 31**：998-1010, 1985.

[16]Salameh, M. K. and Jaber, M. Y., *Economic production quantity model for items with imperfect quality*, **International Journal of Production Economics 64**：59-64, 2000.

[17]Schwaller, R. L., *EOQ under inspection costs*, **Production and Inventory Management 29**：22-24, 1988.

[18]Tersine, R. J., *Principles of Inventory and Material Management*, North Holland, New York, 1994.

附錄

附錄 A

持有成本中之持有數量的計算如下所示：

$$\left\{\left[mQ\left(\frac{Q}{P}+(m-1)\frac{Q}{D}\right)-\frac{\left(\frac{m^2Q^2}{P}-\frac{\lambda m^2Q^2}{P^2}\right)}{2}\right]-\frac{\lambda m^2Q^2}{P^2}-\frac{\left[\left(\frac{\lambda mQ}{P}\right)^2\times\frac{1}{P_1}\right]}{2}-\left[\frac{Q}{D}\Big(1+2+\ldots+(m-1)\Big)Q\right]\right\}\times\frac{D}{mQ}$$

$$=\left\{\left[\left(\frac{mQ^2}{P}+\frac{(mQ)^2}{D}-\frac{mQ^2}{D}\right)-\frac{(P-\lambda)(mQ)^2}{2P^2}\right]-\frac{\lambda(mQ)^2}{P^2}-\frac{(\lambda mQ)^2}{2P^2P_1}-\left[\frac{(mQ)^2}{2D}-\frac{mQ^2}{2D}\right]\right\}\times\frac{D}{mQ}$$

$$=\frac{QD}{P}+mQ-Q-\frac{DmQ(P-\lambda)}{2P^2}-\frac{D\lambda mQ}{P^2}-\frac{D\lambda^2 mQ}{2P^2P_1}-\frac{mQ}{2}+\frac{Q}{2}$$

$$=\frac{QD}{P}-\frac{Q}{2}+\frac{mQ}{2}-\frac{DmQ(P-\lambda)}{2P^2}-\frac{D\lambda mQ}{P^2}-\frac{D\lambda^2 mQ}{2P^2P_1}$$

$$=\frac{Q}{2}\left[\frac{2D}{P}-1+m-\frac{Dm}{P}\right]+\frac{D\lambda mQ}{P^2}\left(\frac{1}{2}-1-\frac{\lambda}{2P_1}\right)$$

$$=\frac{Q}{2}\left[\Big(2-m\Big)\frac{D}{P}+m-1\right]-\frac{D\lambda mQ}{2P^2}\left(1+\frac{\lambda}{P_1}\right)$$

$$=\frac{Q}{2}\left[\Big(2-m\Big)\frac{D}{P}+m-1-\frac{D\lambda m}{P^2}\left(1+\frac{\lambda}{P_1}\right)\right]$$

$$=\frac{Q}{2}\left[\left(2-m-\frac{\lambda m}{P}-\frac{\lambda^2 m}{PP_1}\right)\frac{D}{P}+m-1\right]$$

附錄B

對給定的m與$L \in [L_i, L_{i-1}]$，i=1,2,…,n，$JTC_i(m,Q,L,S)$對(Q,S)的二階偏微分如下

$$\frac{\partial^2 JTC_i(m,Q,L,S)}{\partial Q^2} = \frac{2D}{Q^3}\left[\frac{A+S}{m} + F + C_i(L_i)\right] > 0 \tag{B.1}$$

$$\frac{\partial^2 JTC_i(m,Q,L,S)}{\partial S^2} = \frac{\alpha s}{S^2} > 0 \tag{B.2}$$

$$\frac{\partial^2 JTC_i(m,Q,L,S)}{\partial Q \partial S} = -\frac{D}{mQ^2} \tag{B.3}$$

由(B.1)、(B.2)與(B.3)可得

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial^2 JTC_i(m,Q,L,S)}{\partial Q^2} * \frac{\partial^2 JTC_i(m,Q,L,S)}{\partial S^2} - \left[\frac{\partial^2 JTC_i(m,Q,L,S)}{\partial Q \partial S}\right]^2 \\
&= \frac{2D}{Q^3}\left[\frac{A+S}{m} + F + C_i(L)\right]\left(\frac{1}{S}\right)\left(\frac{D}{mQ}\right) - \left(\frac{D}{mQ^2}\right)^2 \\
&= \frac{D^2}{Q^4}\left[\frac{2A}{Sm^2} + \frac{2}{m^2} + \frac{2F}{Sm}\right] - \frac{D^2}{m^2 Q^4} \\
&= \frac{D^2}{Q^4}\left[\frac{2A}{Sm^2} + \frac{1}{m^2} + \frac{2F}{Sm}\right] > 0
\end{aligned} \tag{B.4}$$

故當給予任意的m值且$L \in [L_i, L_{i-1}]$，$JTC_i(m,Q,L,S)$爲(Q,S)的凸函數。

附錄C

將(16)式代入(11)式中，結合買方與賣方的全年總成本可得

$$JTC(m)=\sqrt{2D\left[\frac{A+S}{m}+F+C(L)\right]\left\{h_b+h_v\left[(2-m-\frac{\lambda m}{P^2}-\frac{\lambda^2 m}{PP_1})\frac{D}{P}+m-1\right]\right\}+\frac{\lambda m}{P}C_R}+\alpha s\ln\frac{S_0}{S}+h_b k\sigma\sqrt{L} \tag{C.1}$$

暫時忽略變數m外的項式，並將(C.1)式平方可得下式：

$$\begin{aligned}(JTC(m))^2&=2D\left[\frac{A+S}{m}+F+C(L)\right]\left\{h_b+h_v\left[(2-m-\frac{\lambda m}{P^2}-\frac{\lambda^2 m}{PP_1})\frac{D}{P}+m-1\right]\right\}+\frac{\lambda m}{P}C_R\\&=2D\left\{\frac{A+S}{m}\left[h_b+(\frac{2D}{P}-1)h_v\right]+(A+S)(1-\frac{D}{P}-\frac{\lambda D}{P^3}-\frac{\lambda^2 D}{P^2P_1})\right.\\&\left.+mh_v\left[F+C(L)\right](1-\frac{D}{P}-\frac{\lambda D}{P^3}-\frac{\lambda D}{P^2P_1})+\left[F+C(L)\right]\left[h_b+(\frac{2D}{P}-1)h_v\right]\right\}+\frac{\lambda m}{P}C_R\end{aligned}$$

再次忽略變數m外的項式，並且精簡最小化問題如下式：

$$Z(m)=mh_v\left[F+C(L)\right](1-\frac{D}{P}-\frac{\lambda D}{P^3}-\frac{\lambda D}{P^2P_1})+(\frac{A+S}{m})\left[h_b+(\frac{2D}{P}-1)h_v\right]+\frac{\lambda m}{P}C_R \tag{C.2}$$

當$m=m^*$爲最佳解時，可得下式：

$$Z(m^*)\le Z(m^*-1)\text{ 與 }Z(m^*)\le Z(m^*+1) \tag{C.3}$$

將實際數值帶入(C.3)式之後，分別可得到下式：

$$\begin{aligned}&(\frac{A+S}{m})\left[h_b+(\frac{2D}{P}-1)h_v\right]+mh_v\left[F+C(L)\right](1-\frac{D}{P}-\frac{\lambda D}{P^3}-\frac{\lambda D}{P^2P_1})+\frac{\lambda m}{P}C_R\\&\le(\frac{A+S}{m-1})\left[h_b+(\frac{2D}{P}-1)h_v\right]+(m-1)h_v\left[F+C(L)\right](1-\frac{D}{P}-\frac{\lambda D}{P^3}-\frac{\lambda D}{P^2P_1})+\frac{\lambda(m-1)}{P}C_R\end{aligned}$$

與

$$(\frac{A+S}{m})\left[h_b+(\frac{2D}{P}-1)h_v\right]+mh_v\left[F+C(L)\right](1-\frac{D}{P}-\frac{\lambda D}{P^3}-\frac{\lambda D}{P^2P_1})+\frac{\lambda m}{P}C_R$$
$$\le(\frac{A+S}{m+1})\left[h_b+(\frac{2D}{P}-1)h_v\right]+(m+1)h_v\left[F+C(L)\right](1-\frac{D}{P}-\frac{\lambda D}{P^3}-\frac{\lambda D}{P^2P_1})+\frac{\lambda(m+1)}{P}C_R$$

上述二式經整理過後，分別得到下式：

$$\left[m-(m-1)\right]h_v\left[F+C(L)\right](1-\frac{D}{P}-\frac{\lambda D}{P^3}-\frac{\lambda^2D}{P^2P_1})+\frac{\lambda(m-(m-1)}{P}C_R\le(\frac{1}{m-1}-\frac{1}{m})(A+S)\left[h_b+(\frac{2D}{P}-1)h_v\right]$$

與

$$\left[(m+1)-m\right]h_v\left[F+C(L)\right](1-\frac{D}{P}-\frac{\lambda D}{P^3}-\frac{\lambda^2D}{P^2P_1})+\frac{\lambda((m+1)-m)}{P}C_R\le(\frac{1}{m}-\frac{1}{m+1})(A+S)\left[h_b+(\frac{2D}{P}-1)h_v\right]$$

再次整理過後，可得到下式：

$$h_v\left[F+C(L)\right](1-\frac{D}{P}-\frac{\lambda D}{P^3}-\frac{\lambda^2D}{P^2P_1})+\frac{\lambda}{P}C_R\le\frac{1}{m(m-1)}(A+S)\left[h_b+(\frac{2D}{P}-1)h_v\right]$$

與

$$h_v\left[F+C(L)\right](1-\frac{D}{P}-\frac{\lambda D}{P^3}-\frac{\lambda^2D}{P^2P_1})+\frac{\lambda}{P}C_R\ge\frac{1}{m(m+1)}(A+S)\left[h_b+(\frac{2D}{P}-1)h_v\right] \quad \text{(C.4)}$$

最後可用下式做替換：

$$m^*(m^*-1)\le\frac{(A+S)\left[h_b+(\frac{2D}{P}-1)h_v\right]}{h_v\left[F+C(L)\right](1-\frac{D}{P}-\frac{\lambda D}{P^3}-\frac{\lambda^2D}{P^2P_1})+\frac{\lambda}{P}C_R}\le m^*(m^*+1)$$