

# 多重品質特性最佳化之迴歸分析與灰色決策- 以水產飼料製造為例

A Study of Multi-response Optimization with Regression Analysis and Grey Decision System: Evidence from the Aquatic Feed Production Process

方正中<sup>1</sup> Jeng-Jung Fang  
[jifang@mail.stut.edu.tw](mailto:jifang@mail.stut.edu.tw)<sup>1</sup>

李純萍<sup>2</sup> Chun-Ping Lee  
[sharon\\_lee@yahoo.com.tw](mailto:sharon_lee@yahoo.com.tw)<sup>2</sup>

南台科技大學工業管理研究所

## 摘要

在低利世代的衝擊下，水產飼料產業除了找尋最佳配方、開發新產品與機台產能改善外，在品質技術上的改善，也是提升競爭力的策略之一。進行水產飼料生產時，可能面臨到加工變數眾多且複雜，為獲得所期望的品質特性，往往需要仰賴有經驗及技術的現場人員。故本研究利用迴歸分析及灰色系統理論中的灰色決策分析，在面對多品質特性要求下，提供水產飼料業者一套實用及人性化預測模式。

本研究針對水產浮水飼料生產製程，藉由迴歸找出影響飼料假比重、水份、硬度、水中軟化時間的重要影響變數及預測模式，最後利用灰色決策分析找出符合四個品質特性之最佳參數組合。研究最後並以實際製程生產驗證其模式條件之有效性。  
**關鍵詞：**水產飼料、迴歸分析、灰色決策分析

## Abstract

During the attack of low profit era, aquatic feed industry is searching the suitable prescription, developing new product and improvement of machine' capability. Meanwhile, to improve quality technicality is also a tactic to promote competition. Based on the production of aquatic feed of case company, this study would integrate regression and grey decision to provide a predict model and be requested for multi-response consideration. This study would present the regression model of specific gravity, hardness, moisture and the timing of soften. And looking for the best process parameter combination be compared to the four response variable.

**Keywords :** Aquatic feed, Regression, Grey decision

## 1. 前言

在內憂外患惡劣之環境下，飼料產業的發展遭遇嚴苛的衝擊與挑戰，如何增強其競爭力，經濟部工業局（彰化銀行，1993）建議改進飼料產銷系統、加強養殖業與飼料業之相互關係、發展高附加價值及環保改善技術、強化養殖業防疫體系。當然飼料業者對於品質管理及技術上的改善策略，也是提升競爭力之不二法門。飼料生產除了追求調配出適當配方，仍須配合嚴密地加工製造過程，才能產出符合養殖生物的飼料。本研究應用迴歸分析與灰色決策分析，幫助企業建構一套適合的預測模式作為飼料生產品質的管理與控制之用。

## 2. 研究目的與架構

案例公司所生產之浮水飼料(包括鱸魚及?魚料),整體產品品質仍有時會有超出規格現象,或品質物性不穩定現象,例如飼料的硬度過重、水中安定性時間不足及水中軟化時間過短等問題(洪維宗,2003),針對浮水飼料之重要品質特性:假比重、水份、硬度、水中軟化時間作為本研究探討的對象。該模式將提供操作人員預測之外,也可以作為了解其各個變數是如何影響這些特性,並依據產品在假比重、水份、硬度、水中軟化時間之需求來控制其相關的變數。

本研究先選取可能影響飼料之假比重(g)、水份(%),硬度(kg/cm<sup>2</sup>),水中軟化時間(分)之相關變數。收集數據上,其檢驗樣本是由現場生產的產品中取樣,品管單位交由內部實驗室進行檢測得知。接著建構迴歸模式及灰色決策系統的多準則選取最佳條件,最後經過實際生產驗證。

## 3. 飼料生產製程文獻

魚飼料的生產流程(Charles Botting, 1998)陳述如圖 1 所示,其生產流程首先為原料進倉;隨後飼料業者將穀類、魚粉、肉骨粉等已預混好的原料運送至儲料筒,此步驟稱為投配前桶,接著只要將這些原料送進生產線即可。投配混合是利用混合機是將各種粒度與不同比重的原料,盡可能均勻的混合在一起。粉碎流程的功能,是減少顆粒大小,最普通的方法是磨碎或磨成粉。擠壓流程乃透過擠壓機可以生產出各式各樣的最終產品。將最初級原料經過擠壓加工過程,可以將產品價值提昇非常高。

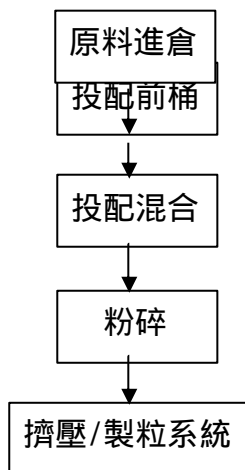


圖 1 飼料生產流程

## 4. 研究方法

### (一) 迴歸分析 (Regression Analysis)

迴歸分析(陳順宇,2000;劉應興,1996;Neter,1996)主要的目的在於找出一個方程式,用以說明自變數與依變數之間的關係,其可以根據某些變數來預測另一變數的值,並且瞭解自變數預測依變數之預測能力,與整體的關係是否達到顯著水準,另外亦可利用迴歸分析來剔除預測能力不佳之自變數。

一般迴歸模式為

$$Y_i = b_0 + b_1 c_{i1} + b_2 c_{i2} + \dots + b_{p-1} c_{ip-1} + b_{12} c_{i1} c_{i2} + \dots + e_i \quad (\text{式 1})$$

$$i = 1, 2, \dots, n$$

$$e_i = (i = 1, 2, \dots, n)$$

式1中所述之  $b_0, b_1, b_2, \dots, b_{p-1}$  為迴歸參數； $e_i$  假設服從  $N(0, s^2)$  的獨立隨機誤差。

本研究先採用逐步迴歸分析(Stepwise Regression Analysis)，依其選取方式分為向前選取法、向後選取法、逐步選取法。利用逐步迴歸篩選各迴歸式中的自變數，並消除自變數間共線性問題。再依逐步迴歸分析篩選出需要的自變數，依此建立簡化的迴歸預測模式。

## (二) 灰色局勢決策

利用灰色理論(鄧聚龍，2000；吳漢雄，1998)，從對某些事件的對策中挑選一批效果最佳者，來對付這些事件稱為灰色決策。而評價局勢效果(對策效果)的指標則成為決策目標。

灰色決策系統中目標效果測度計有：

### (1) 上限效果測度(Upper Effect Measure)

目的：衡量數據偏離最大值之程度，即希望決策目標之衡量數據越大越好。

效果測度公式可表示為：

$$r_{ij} = \frac{u_{ij}}{u_{\max}}, \quad \text{其中 } u_{\max} = \max \max \{ u_{ij} \} \quad (\text{式 2})$$

$$i = 1, 2, \dots, n ; j = 1, 2, \dots, m$$

其中， $r_{ij}$  為決策效果測度， $u_{ij}$  為決策目標之衡量數據。

### (2) 下限效果測度(Lower Effect Measure)

目的：衡量數據偏離最小值之程度，即希望決策目標之衡量數據越小越好。

效果測度公式可表示為：

$$r_{ij} = \frac{u_{\min}}{u_{ij}}, \quad \text{其中 } u_{\min} = \min \min \{ u_{ij} \} \quad (\text{式 3})$$

$$i = 1, 2, \dots, n ; j = 1, 2, \dots, m$$

### (3) 適中效果測度(Medium Effect Measure)

目的：希望決策目標之衡量數據是越接近某各指定值愈好。效果測度公式可表示為：

$$r_{ij} = \frac{\min \{ u_{ij}, u_0 \}}{\max \{ u_{ij}, u_0 \}}, \quad (\text{式 4})$$

$$i = 1, 2, \dots, n ; j = 1, 2, \dots, m$$

### (4)

當局勢有多個目標時，對各種目標綜合考慮的決策稱為多目標決策。當給於第  $k$

個目標的決策效果測度記為  $r_{ij}(k)$ 。其綜合多目標決策效果測度，若有  $n$  個目標之狀態下，其綜合效果測度  $r_{ij}^{\Sigma}$ ，而其均值為：

$$r_{ij}^{\Sigma} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n r_{ij}(k) \quad (\text{式 } 5)$$

根據決策之目的，若對各個目標具有不同之要求，可分別以權重  $w_k$  來代替  $\frac{1}{n}$ ，同時

$\sum w_k = 1$ ，此時之綜合效果測度定義可以延伸為：

$$r_{ij}^{\Sigma} = \sum_{k=1}^n w_k r_{ij}(k) \quad (\text{式 } 6)$$

最後根據綜合效果測度的大小排序，作為決策之根據。

## 5. 研究分析

### (一) 模式建構

本研究以 SAS 為進行模式建立及分析之主要工具。

#### 5.1. 製程變數之選擇

本研究針對個案公司飼料之重要品質特性假比重(g)、水份(%)、硬度(kg/cm<sup>2</sup>)、水中軟化時間(分)作預測迴歸模式探討，以要因分析法找出影響飼料中假比重(g)、水份(%)、硬度(kg/cm<sup>2</sup>)、水中軟化時間(分)的可能影響變數，如表 1 所示。所得出來的主要變數共有 25 個自變數：

表 1 主要自變數選取結果

No.	自變數	No.	自變數
1	T1 麵粉筋度(%)	14	F1
2	A1	15	F2 麵粉添加量
3	A2	16	A3 魚粉 FFA 含量(%) -2203A
4	B1 粉碎粒度(分級機馬達轉速 Hz)	17	A4 魚粉 FFA 含量(%) -2203B
5	C1	18	A5 魚粉 FFA 含量(%) -2204A
6	C2 魚粉揮發性鹽基態氮(VBN)含量 (mg/101g)-2203B	19	A6 魚粉 FFA 含量(%) -2204B
7	C3 魚粉揮發性鹽基態氮(VBN)含量 (mg/102g)-2204A	20	A7 調質機油添加量(kg)
8	C4 魚粉揮發性鹽基態氮(VBN)含量 (mg/103g)-2204B	21	A8
9	D1	22	A9
10	D2	23	A10 調質後料溫度( )
11	D3 擠壓機出口溫度( )	24	A11
12	T2 擠壓機水添加量(kg)	25	G1
13	E1 MIXER 油添加量		

#### 5.2 數據收集

本研究針對浮水飼料從 2005 年 5 月份到 2005 年 10 月份期間所生產數據，共計 34 筆樣本。

## 5.3 模式建立

在實驗數據收集完成及選定相關自變數之後，利用逐步迴歸分析法選擇影響模式較大的變數使迴歸模式可以簡化，得到之迴歸模式。由於逐步迴歸選取分析 (Stepwise Regression Selection Procedure) 的過程複雜且不易計算，故本研究使用 SAS (Statistical Analysis System) 統計分析軟體，透過 SAS 進行向前選取法 (Forward Selection)、向後選取法 (Backward Selection) 與逐步選取法 (Stepwise Selection) 之三種逐步迴歸選取法建構模式。其三種選取方式求出之判定係數及所選取自變數之個數彙整如表 2。

表 2 假比重、水份、硬度、水中軟化時間逐步迴歸結果比較表

應變數	分析	逐步迴歸		
		向前選取	向後選取	逐步選取
Y1 假比重(g)	判定係數	0.8353	0.8603*	0.7530
	自變數之個數	7	8	4
Y2 水份(%)	判定係數	0.7565	0.8418*	0.7565
	自變數之個數	5	9	5
Y3 硬度(kg/cm <sup>2</sup> )	判定係數	0.8761*	0.9555	0.8761
	自變數之個數	6	14	6
Y4 水中軟化時間(分)	判定係數	0.8304*	0.8304	0.8304
	自變數之個數	7	7	7

在基於考量模式精簡及模式之解釋能力，以使管理者在資料收集、系統運作、模式解釋及現場作業控制上更為容易。經由上述的分析，假比重及水份模式選擇向後選取結果，硬度及水中軟化時間模式選擇向前選取結果，得到飼料假比重(g)、水份(%)、硬度(kg/cm<sup>2</sup>)、水中軟化時間(分)特性之預測模式，如式(7)~(10)所示。

$$Y_1 = 549.74 + 0.5A_1 + 5.12B_1 - 0.18C_1 - 0.92D_1 - 0.38D_3 - 0.98T_2 - 2.87E_1 - 0.22F_1 \quad (\text{式 } 7)$$

$$Y_2 = 3.07 + 0.12B_1 - 0.003D_2 + 0.02T_2 + 0.13E_1 + 0.01F_1 - 0.01F_2 + 0.06A_4 - 0.05A_5 - 0.01A_8 \quad (\text{式 } 8)$$

$$Y_3 = 8.06 + 0.15B_1 - 0.03C_4 - 0.01F_1 - 0.06A_4 - 0.01A_9 - 0.02A_{10} \quad (\text{式 } 9)$$

$$Y_4 = 112.24 + 0.47A_2 + 2.41B_1 - 0.33C_4 - 0.45D_1 - 0.13D_3 - 0.32F_2 - 0.95A_{11} \quad (\text{式 } 10)$$

綜合以上迴歸模式(7)~(10)，列出其各個自變數與假比重、水份、硬度、水中軟化時間的關係。

表 3 各品質特性其迴歸係數之整理

	A1	A2	B1	C1	C4	D1	D2	D3	T2	E1	F1	F2	A4	A5	A8	A9	A10	A11
Y1	0.5		5.12	-0.18		-0.92		-0.38	-0.98	-2.87	-0.22							
Y2			0.12				-0.003		0.02	0.13	0.01	-0.01	0.06	-0.05	-0.01			
Y3			0.15		-0.03						-0.01		-0.06			-0.01	-0.02	
Y4		0.47	2.41		-0.33	-0.45		-0.13				-0.32						-0.95

現場作業人員可依據表 3 所示來作為控制及預測之用，其得到結果：當增加一單位的 A1 麵粉筋度(%)將對 Y1 假比重增加 0.5 單位；同時增加或減少麵粉筋度將不影響 Y2 水份、Y3 硬度及 Y4 水中軟化時間。當增加一單位的 D2 擠壓機蒸汽添

加量(kg)將對 Y2 水份減少 0.003 單位，但卻不影響其他反應變數。控制 A9 增加一單位，對 Y3 硬度減少 0.01 單位的硬度，同時對 A10 調質後料溫度( )增加一單位，對 Y3 硬度減少 0.02 單位。當增加一單位的 A11 擠壓單位產量(kg / hr)將降低 0.95 單位的 Y4 水中軟化時間，對於增加擠壓單位產量也將不影響其他反應變數。

#### 5.4 殘差分析

由於迴歸模式的計算採用最小平方法，其殘差項是  $e_i = y_i - \hat{y}_i$ ，期望值  $E(e) = 0$  及變異數為  $s^2$  且服從常態分配，是基本的假設，如果基本假設不成立時，迴歸分析的結果可能錯誤而導出不正確的結果，因此在完成迴歸分析後，將進行以下殘差分析來確保模式的正確性。

(1) 常態檢定：可以利用排序後的殘差值繪製在常態機率圖上，檢視殘差值是否常態分配，判定標準為各點與一直線很靠近，表示模式殘差值皆服從常態分配。

另外利用SAS的運算中得迴歸模式的Kolmogorov-Smirnov及Anderson-Darling統計量(劉玫瑰, 2004)，作為判定資料是否服從常態分配。Kolmogorov-Smirnov常態檢定其檢定統計量如公式：

$$D = \max_x \{ |F_n(x) - F(x)| \} \quad (\text{式 11})$$

其中  $F_n(x)$  為預期累積次數與總次數之比； $F(x)$  為觀察累積次數與總次數之比；

D為  $F_n(x)$  與  $F(x)$  差量之最大絕對值。

K-S 檢定法是利用D之大小，檢定觀察次數分配與預期次數分配之差異是否顯著。可利用SAS統計軟體算出的P-value值來判斷，設定顯著水準為0.05，棄卻域為  $P\text{-value} < 0.05$  時，則拒絕虛無假設。本研究四個迴歸模式之P-value均大於0.05，得知殘差項皆滿足常態之基本假設。

其Anderson-Darling test 常態檢定的檢定統計量如公式所示。

$$A^2 = -n - s$$

$$s = \sum_{i=1}^n \frac{2i-1}{n} \{ \ln F(Y_i) + \ln [1 - F(Y_{n+1-i})] \}$$

$$A^2 = -n - \sum_{i=1}^n \frac{2i-1}{n} \{ \ln F(Y_i) + \ln [1 - F(Y_{n+1-i})] \} \quad (\text{式 12})$$

其中F為常態分配的累積分配函數； $Y_i$ 為排序整齊的數據；n為樣本大小；ln：以e為底的自然對數。

A-D常態性的假設檢定為 $H_0$  (虛無假設) 資料服從常態分配，假設顯著水準設定為0.05時，棄卻域為 $p\text{-value} < 0.05$ 時，則拒絕虛無假設。本研究四個迴歸模式之P-value均大於0.05，得知殘差項皆滿足常態之基本假設。

(2) 離群值檢定：將殘差值以  $d_i = \frac{e_i}{\sqrt{MSE}}$  的方法轉換成標準殘差值，而所有殘差值應該包含在上下  $\pm 3$  倍標準差之間，所以殘差值如果超過  $\pm 3$  倍標準差可視為離

群值。經過檢查殘差圖未有超過3個標準差之離群值。

(3) 獨立檢定：以樣本的觀測值為X軸，殘差值為Y軸，將各點繪製在一個二維平面的圖形中，其殘差是否在基線0上下隨機的跳動，用來檢驗殘差值是否獨立。從其各點散佈情形，同時沒有任何趨勢存在，因此判定殘差值符合獨立之假設。

### 5.5 判定係數檢定

判定係數R-Square值大於0.8時可以判定為迴歸模式對預測值有相當好的解釋能力，本研究四個模式的R-Square值均超過0.8，說明迴歸模式可以有效的解釋樣本。

### 5.6 共線性檢驗

共線性問題將可能造成估計值不穩定或是迴歸係數與相關係數正負符號不同等，利用最大變異數影響分子 VIF 值超過 10 被視為共線性存在之判定準則。本研究式(7)~(10)迴歸模式之變數其 VIF 值皆小於 10，因此表示迴歸模式之自變數無共線性問題。

### (二) 最佳製程條件選取

以灰色決策整合出多重品質特性的績效評量做分析，求得飼料假比重、水份、硬度、水中軟化時間效果最適化之條件。依據飼料假比重、水份、硬度、水中軟化時間其要求的規格，找出其四個效果測度。以所有自變數之最小值、中間值及最大值的因子排列組合當成所有可能的篩選方案，利用灰色決策準則對所有方案做運算，找出所提方案中的最佳選擇(如表4)。

表4 假比重、水份、硬度、水中軟化時間最佳條件灰決策分析評估結果

因素權重值	Y1:Y2:Y3:Y4 = 1:1:2:2	
要因名稱	操作值	最佳結果
A1	440	最小值
A2	180	最小值
B1 粉碎粒度(分級機馬達轉速 Hz)	15	最大值
C1	30	中間值
C4 魚粉揮發性鹽基態氮(VBN)含量(mg/103g)-2204B	89.5	中間值
D1	172.5	中間值
D2	188	最大值
D3 擠壓機出口溫度( )	101	中間值
T2 擠壓機水添加量(kg)	64	最小值
E1 MIXER 油添加量	40	最大值
F1	190	中間值
F2 麵粉添加量	202.5	中間值
A4 魚粉 FFA 含量(%)-2203B	16.1	最大值
A5 魚粉 FFA 含量(%)-2204A	15.67	最大值
A8	159.75	中間值
A9	0	最小值
A10 調質後料溫度( )	0	最小值
A11	31.15	中間值

### (三) 預測模式的驗證

為了瞭解所建立的飼料假比重、水份、硬度、水中軟化時間的預測模式是否符合實際生產狀況，針對表4所得到的最佳製程條件帶入預測模式中(胡稚群, 2000)，以及將此值與相同參數下實際生產所得到的數值做差異性比較。其預測值與實際量測的假比重、水份、硬度、水中軟化時間值在10%的範圍內視為可接受的。其最佳條件下預測值與實際值比較結果如表5。

表 5 最佳條件下預測值與實際值比較結果

	Y1 假比重	Y2 水份	Y3 硬度	Y4 水中軟化時間
最佳條件下預測值	430.216	8.964	4.99	17.382
實際生產數據	437	8.89	5.13	18
以上兩者差異性比較	2%	1%	3%	3%

## 六、結論

本研究使用迴歸分析找出其預測模式，首先選取飼料假比重、水份、硬度、水中軟化時間等四個重要特性作為本研究之反應變數，接著利用要因分析找出影響各特性之重要自變數，將蒐集到的數據利用逐步迴歸分析找出適當的迴歸模式，再經過模式殘差分析的診斷，以檢定迴歸模式的有效性。藉由迴歸模式的結果將有助於企業於預測及管控其飼料生產之工具及系統建立之用，從其各變數之迴歸係數了解其與品質特性之間的關係。本研究並利用灰決策方法運算來找出最佳條件組合，該組合經過實際驗證作為業者使用上的參考依據。

飼料產業仍屬較為傳統的民生基礎工業，建議有意作後續研究者，可針對飼料產業不同產品的需求，進行其他更深入之應用及分析，以提昇飼料產業的品質工程技術，進而增加飼料產業與水產養殖業的競爭力。

## 參考文獻

1. 吳漢雄，鄧聚龍，溫坤禮（1998），灰色分析入門，高立圖書有限公司。
2. 胡稚群（2000），半導體封裝產業標準機器產能預測模型之建立，東海大學工業工程系碩士論文。
3. 洪維宗（2003），灰色關聯分析於整合田口方法多重品質特性最佳化--在食品工業製程實證，東海大學食品科學系碩士論文。
4. 陳順宇（2000），迴歸分析，華泰書局股份有限公司。
5. 彰化銀行（1993），研究發展處經濟研究類產業動態報導。
6. 鄧聚龍（2000），灰色系統理論與應用，高立圖書公司。
7. 劉應興編譯（1996），應用線性迴歸模型，華泰書局股份有限公司。
8. 劉玫瑰（2004），非常態分配數據轉換之研究，元智大學，工業工程與管理學系。
9. Charles Botting（1998），寵物及水產飼料之擠壓投術，飼料營養雜誌，飼料營養雜誌社。
10. Neter, Kutner, Nachtshe, and Wasserman（1996），Applied Linear Statistical Models。Richard D. Irwin, INC。