班級：財金一甲　　學號：4A40H049　　姓名：林逸庭

104-1 微積分 期中心得報告

極限：極限(limit)是探討函數(function)的趨勢問題。

討論函數 f(x)在 x=a 處之極限時：當 x 趨近 a 時，f(x)之值變化的趨勢？這可能有以下幾種情況：

(1) 當 x 趨近 a 時，f(x)之值趨近 L，其意思是只要 x 越接近 a，f(x)就可任意接近 L，則 $\lim_{x\to a} f(x) = L$　(極限存在，且值為 L)

(2) 若要使極限存在，必須允許 x 從 a 的任一邊趨近 a。當 x 從左邊與右邊趨近 a 時，若 f(x)趨近之值不一樣，則極限不存在。(極限值未必等於函數值)

(3) 當 x 趨近於 a 時 f(a)值並不影響 f(x)之極限存在或不存在。

- $\boldsymbol{\lim\limits_{x\to a} f(x)}$**存在**

I. 左極限存在

II. 右極限存在

III. 左極限=右極限

範例 1：求極限(如果存在的話)。

$$\lim_{x\to 2}(3x+2)$$

解

$\lim_{x\to 2^-}(3x+2) = 3*2+2 = 8$，故$\lim_{x\to 2^-}(3x+2)$=8

$\lim_{x\to 2^+}(3x+2) = 3*2+2 = 8$，故$\lim_{x\to 2^+}(3x+2)$=8

討論範例 1：左極限$\lim_{x\to 2^-}(3x+2)$=8 與右極限$\lim_{x\to 2^+}(3x+2)$=8 **存在且相等**，故$\lim_{x\to 2}(3x+2) = 8$。

範例 2：求極限(如果存在的話)。

$$\lim_{x\to 2}\frac{3}{x-2}$$

解

$\lim_{x\to 2^-}\frac{3}{x-2}$=-∞　　　　$\lim_{x\to 2^+}\frac{3}{x-2}$=∞

討論範例 2：當 x 從左邊趨近於 2 時，f(x)遞減沒有界限，當 x 從右邊趨近於 2 時，f(x)遞增沒有界限，因為 x 趨近於 2 時 f 是無界的，所以**極限不存在**。

班級：財金一甲　　學號：4A40H049　　姓名：林逸庭

連續性：函數在 x=a 連續的含義是 f 的圖形在 a 的位置沒有中斷，即沒有破洞、跳躍或缺口。粗略的說，如果你可以不用將筆離開紙面就描繪一個函數在某區間的圖形時，你可以說一個函數在這個區間連續。

令 a 是區間(a,b)中的一個數，且 f 為定義域包含區間(a,b)的函數。若下列條件為真，f 在(a,b)區間內的每一點都連續，那麼它就在(a,b)區間連續。則 f 在開區間(a,b)連續。

- **f(x)在 x=a 連續**

I. f(a)有定義

II. $\lim\limits_{x\to a} f(x)$存在

III. $\lim_{x\to a} f(x) = f(a)$

範例 3：若 f(x)=$\frac{x^2-1}{x-1}$，則 f(x)在 x=1 不連續。

解

因為 f(x)=$\frac{x^2-1}{x-1}$=$\frac{(x-1)(x+1)}{x-1}$，所以 f(x)=x+1，x≠1

討論範例 3：函數 f(x)=$\frac{x^2-1}{x-1}$在 x=1 的左右極限分別為

$$\lim_{x\to 1^-} \frac{x^2-1}{x-1} = 2 \quad 與 \quad \lim_{x\to 1^+} \frac{x^2-1}{x-1} = 2$$

即$\lim\limits_{x\to 1} f(x) = 2$。此情形表示函數 f(x)=$\frac{x^2-1}{x-1}$在 x=1 的左右圖形很靠近，但 f(1)不存在，故 f(x)的圖形在 x=1 有中斷的現象，所以 **f(x)在 x=1 不連續**，所果想要 f(x)在 x=1 連續，必須讓 f(1)的值能夠連接左右極限，即**定義 f(1)=**$\boldsymbol{\lim\limits_{x\to 1} f(x) = 2}$，如此 f(x)在 x=1 連續。

範例 4：若 f(x)= x+1，則 f(x)在 x=1 連續。　**解** f(x)在任意點皆連續。

討論範例 4：函數 f(x)=x+1，在 x=1 的左右極限分別為

$$\lim_{x\to 1^-} f(x) = 2 \quad 與 \quad \lim_{x\to 1^+} f(x) = 2$$

即$\lim\limits_{x\to 1} f(x) = 2$。且函數 f(1)=2 恰巧連接在 x=1 的左右極限值，即 f(1)=$\lim\limits_{x\to 1} f(x)$，故 f(x)的圖形在 x=1 沒有中斷、跳躍和缺口的現象，所以 **f(x)在 x=1 連續**。