Ch3.2 與 Ch3.3 偶數題參考答案

便箋標題 2015/8/25

Ch3.2

#22. 求 $f(x) = -\frac{1}{2}x(1+x^2)$ 的圖形在點 $(1,-1)$ 之斜率

ie $f(1) = -\frac{1}{2}\cdot 1(1+1^2) = -\frac{1}{2}\cdot 1\cdot 2 = -1$

先改寫 $f(x) = -\frac{1}{2}x(1+x^2) = -\frac{1}{2}(x+x^3)$

$\Rightarrow f'(x) = -\frac{1}{2}\cdot(1+3x^2)$

$\Rightarrow m = f'(1) = -\frac{1}{2}(1+3\cdot 1^2) = -\frac{1}{2}(4) = -2$ #

#24 $f(x) = \sqrt[3]{x} + \sqrt[5]{x} = x^{\frac{1}{3}} + x^{\frac{1}{5}}$

$\Rightarrow f'(x) = \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}} + \frac{1}{5}x^{-\frac{4}{5}}$

又由已知点 $(1,2)$ $\left(\text{ie } f(1)=1^{\frac{1}{3}}+1^{\frac{1}{5}}=1+1=2\right)$

$\Rightarrow f'(1)=\frac{1}{3}1^{-\frac{2}{3}}+\frac{1}{5}1^{-\frac{4}{5}}=\frac{1}{3}+\frac{1}{5}=\frac{8}{15}$

$\Rightarrow$ 所求之切線方程式為 $y-2=\frac{8}{15}(x-1)$ #

#30

由 $f(x)=\frac{2x^3-4x^2+3}{x^2}=2x-4+\frac{3}{x^2}=2x-4+3x^{-2}$

$\Rightarrow f'(x)=2-0+3\cdot(-2)x^{-3}=2-6x^{-3}=2-\frac{6}{x^3}$ #

#36 由 $g(x)=-5f(x)$ 可知 $g'(x)=-5f'(x)$ #

#42. 若 $f'(x)=g'(x)$，則 $f(x)$ 未必恒等於 $g(x)$

例如: $f(x)=x^2+2 \Rightarrow f'(x)=2x$

$g(x)=x^2-1000 \Rightarrow g'(x)=2x$ #

Ch3.3

#12 $C = 205{,}000 + 9{,}800x$

$\Rightarrow$ 生產 x 單位之邊際成本為 $C'(x) = 9{,}800$ #

#16 $C = 3.6\sqrt{x} + 500 = 3.6x^{\frac{1}{2}} + 500$

(a) $C(10) = 3.6\sqrt{10} + 500 \approx 511.3842$

$C(9) = 3.6\sqrt{9} + 500 = 510.8$

$\Rightarrow$ 額外成本為 $C(10) - C(9) \approx 0.5842$

(b) 由 $C'(x) = 3.6 \cdot \frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}} = 1.8 \cdot x^{-\frac{1}{2}}$

可得 $C'(9) = 1.8 (9)^{-\frac{1}{2}} = \frac{1.8}{3} = 0.6$

(c) 由 $C'(9) = 0.6$ 與 $C(10) - C(9) \approx 0.5842$ 互相比較

發現二者相當接近，也就是說可用邊際成本 $C'(x)$

來估計生產第 $x+1$ 個單位的額外成本。