Ch 3.5 偶數題參考答案

便箋標題 2015/8/26

#10 $f(x)=\dfrac{2}{x-2}$

若採用商律(除法公式) $\Rightarrow$ $f'(x)=\dfrac{(2)'(x-2)-2\cdot(x-2)'}{(x-2)^2}=\dfrac{-2}{(x-2)^2}$

若採用廣義乘冪律(連鎖律+乘冪律)，則

$$f'(x)=\left(2\cdot(x-2)^{-1}\right)'=2\cdot\left[(x-2)^{-1}\right]'=2\cdot(x-2)^{-2}\cdot(x-2)'$$

$$=2\cdot(-1)(x-2)^{-2}\cdot 1=\frac{-2}{(x-2)^2}$$

#14 $f(t) = \sqrt{t+1} = (t+1)^{\frac{1}{2}} \Rightarrow f'(t) = \frac{1}{2}(t+1)^{-\frac{1}{2}} \cdot (t+1)'$

$$= \frac{1}{2}(t+1)^{-\frac{1}{2}} \cdot 1 = \frac{1}{2\sqrt{t+1}}$$

#16. $y = \sqrt[3]{9x^2+4} = (9x^2+4)^{\frac{1}{3}} \Rightarrow y' = \frac{1}{3}(9x^2+4)^{-\frac{2}{3}} \cdot (9x^2+4)'$

$$= \frac{1}{3}(9x^2+4)^{-\frac{2}{3}} \cdot 18x$$

$$= \frac{6x}{\left(\sqrt[3]{9x^2+4}\right)^2}$$ #

#18. $f(x)=\frac{1}{\sqrt{x^2+5}}=(x^2+5)^{-\frac{1}{2}} \Rightarrow f'(x)=-\frac{1}{2}\cdot(x^2+5)^{-\frac{3}{2}}\cdot(x^2+5)'$

$=\frac{-1}{2}(x^2+5)^{-\frac{3}{2}}\cdot(2x)$

$=\frac{-x}{(\sqrt{x^2+5})^3}$ #

#24. $f(x)=(2x-1)(9-3x^2)$

若使用乘法公式 $\Rightarrow f'(x)=(2x-1)'(9-3x^2)+(2x-1)(9-3x^2)'$

$=2\cdot(9-3x^2)+(2x-1)(-6x)$

$=18-6x^2-12x^2+6x=-18x^2+6x+18$

因為 $f(x)$ 是兩個二項式的相乘，也可以先乘開後再逐項微分：

即 $f(x)=(2x-1)(9-3x^2)=18x-6x^3-9+3x^2$

$=-6x^3+3x^2+18x-9$

$\Rightarrow \quad f'(x)=-18x^2+6x+18$ #

#28 $y=x^2\sqrt{x-2}$

(方法一) 直接引用乘法律 $\Rightarrow$ $y'=(x^2)'(\sqrt{x-2})+x^2\cdot(\sqrt{x-2})'$

$=2x\cdot\sqrt{x-2}+x^2\cdot\dfrac{1}{2\sqrt{x-2}}$

$$= \frac{4x(x-2)+x^2}{2\sqrt{x-2}} = \frac{5x^2-8x}{2\sqrt{x-2}}$$

(方法二) 先乘開再微分，即 $y = x^2\sqrt{x-2} = \sqrt{x^4(x-2)} = \sqrt{x^5-2x^4}$

$$= (x^5-2x^4)^{\frac{1}{2}}$$

$$\Rightarrow \quad y' = \frac{1}{2}(x^5-2x^4)^{-\frac{1}{2}} \cdot (x^5-2x^4)' = \frac{5x^4-8x^3}{2\sqrt{x^5-2x^4}}$$

$$= \frac{5x^4-8x^3}{2\sqrt{x^4(x-2)}} = \frac{5x^4-8x^3}{2x^2\sqrt{x-2}} = \frac{5x^2-8x}{2\sqrt{x-2}}$$

#32. 求 $f(x)=(x^2-9)\sqrt{x+2}$ 在點 $(-1,-8)$ 之切線方程式

Hint: 1. $f(-1)=(1-9)\sqrt{-1+2}=-8$)

2. 在 $(-1,-8)$ 之切線斜率 $m=f'(-1)$，方程式為 $y+8=f'(-1)(x+1)$

解：(一) 求 $f'(x)$，即 $f'(x)=(x^2-9)'\sqrt{x+2}+(x^2-9)(\sqrt{x+2})'$

$$=2x\sqrt{x+2}+(x^2-9)\cdot\frac{1}{2\sqrt{x+2}}$$

$$=\frac{4x\cdot(x+2)+(x^2-9)}{2\sqrt{x+2}}=\frac{5x^2+8x-9}{2\sqrt{x+2}}$$

所求之斜率 $m = f'(-1) = \dfrac{5-8-7}{2\sqrt{1}} = \dfrac{-12}{2} = -6$

$\Rightarrow$ 所求之切線方程式為 $y + 8 = -6(t+1)$ #