

微積分報告 — 商律

商律就是計算兩個可微函數的商的導數時，其值等於分母先乘以分子的導數微分減去分子乘以分母導數的微分所得的差，最後再除以分母的平方。

$$\text{公式如下: } \frac{d}{dx} \left[\frac{f(x)}{g(x)} \right] = \frac{g(x)f'(x) - f(x)g'(x)}{g(x)^2}, g(x) \neq 0$$

範例一：

$$\frac{(2x^2-5x+3)}{(3x+2)} = \frac{2x}{3} - \frac{19}{9} + \frac{\frac{6x}{9}}{3x+2}$$

解 應用商律，如下列步驟所示

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(2x^2-5x+3)'(3x+2) - (2x^2-5x+3)(3x+2)'}{(3x+2)^2}$$

先看看分子分母可不可以先約分，如果不行再把題目依照公式的方法上面先微分子在微分母，下面的分母平方

$$= \frac{(4x-5)(3x+2) - (2x^2-5x+3)(3)}{(3x+2)^2}$$

把分子部分微分後寫出來，分母維持不變

$$= \frac{(12x^2-15x+8x-15) - (6x^2-15x+9)}{(3x+2)^2}$$

把分子微分後乘開，分母維持不變

$$= \frac{(12x^2-15x+8x-15-6x^2+15x-9)}{(3x+2)^2} = \frac{(6x^2+8x-24)}{(3x+2)^2}$$

把分子微分後兩個合併，要注意變號問題，分母維持不變
把分子化簡，分母維持不變，這就是最後答案

或者

$$\frac{2x}{3} - \frac{19}{9} + \frac{\frac{6x}{9}}{3x+2} \text{ 改寫成 } \frac{2x}{3} - \frac{19}{9} + \frac{6x}{9} (3x+2)^{-1}$$

$$\begin{aligned}
\text{微分} &: \frac{2}{3} - 0 + \frac{65}{9} (-1)(3x+2)^{-2}(3x+2)' \\
&= \frac{2}{3} - \frac{65}{9} \cdot \frac{1}{(3x+2)^2} \quad (3) \\
&= \frac{2}{3} - \frac{65}{3} \cdot \frac{1}{(3x+2)^2} \\
&= \frac{2}{3} - \frac{65}{3(3x+2)^2}
\end{aligned}$$

範例二：

$$\frac{(10x^2 - 9x + 2)}{(2x - 1)}$$

⊙ 如果遇到分子分母可約分，就不用再用商律去算

$$\frac{(10x^2 - 9x + 2)'(2x - 1) - (10x^2 - 9x + 2)(2x - 1)'}{(2x - 1)^2}$$

先看分子分母部分可不可以先約分，這題的分子分母可以先約如下；最後答案約分後會等於 5

$$\frac{(2x - 1)(5x - 2)}{(2x - 1)}$$

或者用微分下也等於五

$$\begin{aligned}
&\frac{(10x^2 - 9x + 2)'(2x - 1) - (10x^2 - 9x + 2)(2x - 1)'}{(2x - 1)^2} \\
&= \frac{(20x - 9)(2x - 1) - (10x^2 - 9x + 2)(2)}{(2x - 1)^2} \\
&= \frac{(40x^2 - 38x + 9) - (20x^2 - 18x + 4)}{(2x - 1)^2} \\
&= \frac{(40x^2 - 38x + 9) - (20x^2 - 18x + 4)}{(2x - 1)^2} \\
&= \frac{(20x^2 - 20x + 5)}{(2x - 1)^2}
\end{aligned}$$

$$= \frac{5(2x-1)(2x-1)}{(2x-1)^2} = 5$$

當使用商律時，建議將所有因式和導數放在括號裡，此外還要注意在分子外的減號要注意正負變號，還有要先看分子分母可不可以先約分，如果可以約，就不用在用商律下去算。