

微積分報告

連不連續、存不存在和可不可微分，他們之間有甚麼樣的關係呢？
連續性的條件：

$f(x)$ 在 $x=c$ 時連續

→ (1) $f(c)$ 有定義

(2) $\lim_{x \rightarrow c} f(x)$ 存在

(3) $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = f(c)$ → 極限值=函數值

(1) 定義：ex: 分母為 0

→ $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 4}$ → 不連續，在 $(x \neq \pm 2)$ 時沒有定義

ex: $f(x) = -2x, x < -1$ → 當 $f(-1)$ 時，因區間限制沒有等於符號，所以沒有定義

(2) 存在： $\lim_{x \rightarrow c} f(x)$ 存在

1) $\lim_{x \rightarrow c^-} f(x)$ 存在

2) $\lim_{x \rightarrow c^+} f(x)$ 存在

3) $\lim_{x \rightarrow c^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow c^-} f(x)$ → 右極限等於左極限

ex: $f(x) = \begin{cases} 1, & x < 0 \\ 3, & x \geq 0 \end{cases}$ ，求 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(0) = 1 \neq \lim_{x \rightarrow 0^+} f(0) = 3$

→ 此式 $f(0) = 3$ 時有定義，但左極限不等於右極限，故不存在

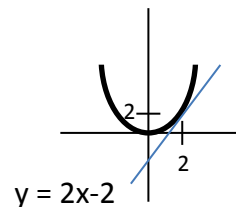
(3) $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = f(c)$: ex: $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 + 4}$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+2)(x-2)}{(x+2)(x+2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)}{(x+2)} = \frac{0}{4} = 0$$

$f(1) = 0 = 0$ ←

微分：ex: $f(x) = \frac{1}{2}x^2$; (2,2)

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\frac{1}{2}x^2 - 2}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{2x - 4} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+2}{2} = 2 \end{aligned}$$

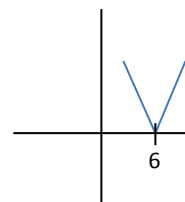


連續，此公式因每定點皆可畫出切線，故可以微分

ex：若 $f(x)$ 在 $x = 6$ 連續

$$f(x) = |x - 6|$$

$f(x)$ 在 $x = 6$ 時有節點，在 $(-\infty, 6), (6, \infty)$ 都可微分
連續，但節點無法畫出切線



※有切線可以微分，沒有切線不可微分