

試以反矩陣法解方程組

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 3 \\ 2x_1 - x_2 = 0 \end{cases}$$

解:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ 或 } AX=b$$

$$\text{其中 } A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix}$$

因 $\det(A) \neq 0$, 故 $AX=b$ 有唯一解.

$$AX=b \Rightarrow X=A^{-1}b$$

$$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \text{adj}(A) = \frac{1}{-3} \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \end{bmatrix}$$

故

$$X=A^{-1}b = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

得解為 $x_1=1, x_2=2$