

通訊系統模擬

實習 4

角調變與解調之分析與模擬

班級：網通四甲

姓名：范盛琮(4A10H023)

陳羿如(4A136058)

指導老師：余兆棠

中華民國 104 年 12 月 16 日

實習四角調變與解調之模擬與分析

1 實習目的

透過本實習之分析我們會學到角調變(Angle modulation)的原理以及調變/解調方式，角調變包括相位調變(Phase modulation)與頻率調變(Frequency modulation)。透過 Simulink 進行模擬頻率以及相位調變/解調，進一步了解 FM 與 PM 系統之調變/解調原理。

2 理論分析

2.1 角調變訊號

一般角調變訊號可表示成

$$\varphi_{ANGLE}(t) = A_c \cos(2\pi f_c t + \varphi(t))$$

當 $\varphi(t)$ 隨著輸入基頻訊號而變化， $\varphi_{ANGLE}(t)$ 稱之為角調變(Angle modulation)，角調變包含

相位調變(Phase Modulation, PM)

頻率調變(Frequency Modulation, FM)

2.2 瞬時相位與瞬時頻率

$\varphi_{ANGLE}(t)$ 的瞬時相位定義為

$$\theta_i(t) = \omega_c t + \varphi(t) = 2\pi f_c t + \varphi(t)$$

其中 $\varphi(t)$ 稱為相位偏差(phase deviation)

$\varphi_{ANGLE}(t)$ 的瞬時頻率定義：

$$\cos \theta(t) = \cos(\omega t) = \cos(2\pi f t)$$

$$\Rightarrow \theta(t) = \omega t = 2\pi f t$$

$$\omega_i = \frac{d\theta(t)}{dt} \Rightarrow f_i = \frac{1}{2\pi} \frac{d\theta(t)}{dt}$$

$$f_i = \frac{1}{2\pi} \frac{d(2\pi f_c t + \varphi(t))}{dt} = f_c + \frac{1}{2\pi} \frac{d\varphi(t)}{dt}$$

其中 $\frac{d\varphi(t)}{dt}$ 稱為頻率偏差 (frequency deviation)

2.3 相位調變

相位調變 (PM) 意謂著載波的相位偏差 $\varphi(t)$ 與基頻訊號 $m(t)$ 成比例

$$\varphi(t) = k_p m(t) \quad k_p : \text{相位偏差常數}$$

其中 $k_p m(t)$ 稱為相位偏差，代入相位調變訊號式 $\varphi_{PM}(t)$ ，可得

$$\begin{aligned} \varphi_{PM}(t) &= A_c \cos(2\pi f_c t + \varphi(t)) \\ &= A_c \cos(2\pi f_c t + k_p m(t)) \end{aligned}$$

2.4 頻率調變

頻率調變 (FM) 意謂著載波的頻率偏差 $\frac{d\varphi(t)}{dt}$ 與基頻訊號 $m(t)$ 成比例

$$\frac{d\varphi(t)}{dt} = k_f m(t) \quad k_f : \text{頻率偏差常數，單位表示為赫芝/伏特 (Hz/Volt)}$$

其中 $k_f m(t)$ 稱為頻率偏差，在實際上必須被限制，否則傳輸頻寬將會很大，若對上式兩邊同時積分，可得

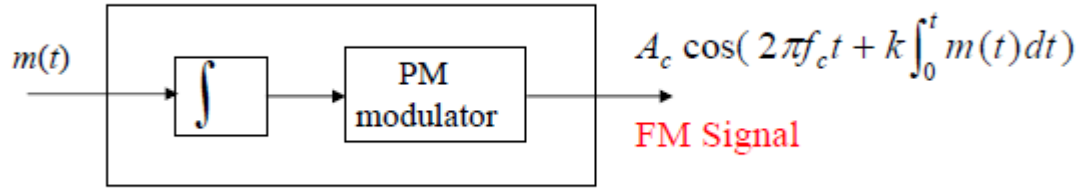
$$\varphi(t) = k_f \int_0^t m(t) dt$$

將此式代入頻率調變訊號式 $\varphi_{FM}(t)$ ，可得

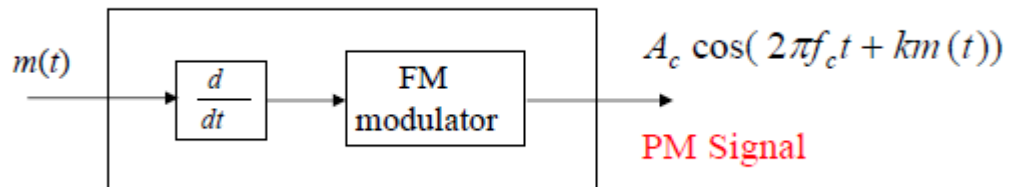
$$\begin{aligned} \varphi_{FM}(t) &= A_c \cos(2\pi f_c t + \varphi(t)) \\ &= A_c \cos\left(2\pi f_c t + k_f \int_0^t m(t) dt\right) \end{aligned}$$

2.5 PM與FM互轉換

使用PM調變器產生FM訊號

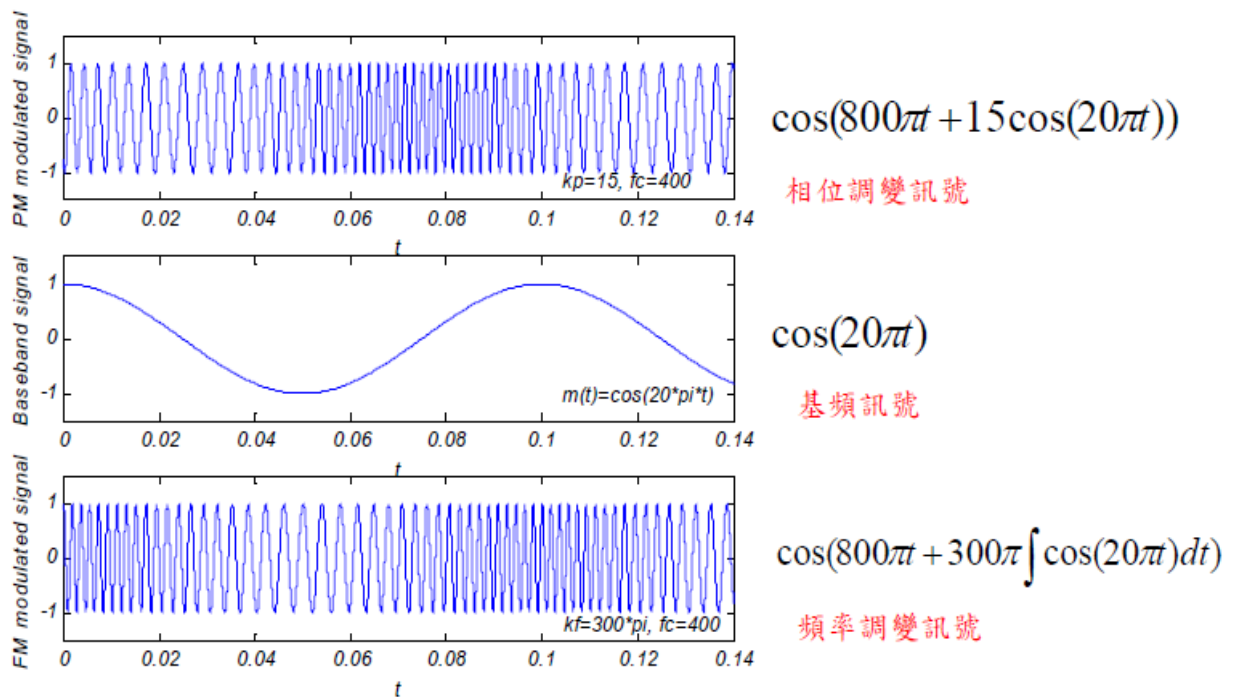


使用FM調變器產生PM訊號



2.6 單調訊號之角調變

FM訊號的包跡為常數，而AM、DSB-SC或是SSB訊號的包跡與基頻訊號有關。



2.7 單調FM調變

考慮一FM系統基頻訊號為 $m(t) = A_m \cos(2\pi f_m t)$ ，其FM訊號如

$$\begin{aligned}\varphi_{FM}(t) &= A_c \cos\left(2\pi f_c t + k_f \int_0^t m(t) dt\right) \\ &= A_c \cos\left(2\pi f_c t + k_f \int_0^t A_m \cos(2\pi f_m t) dt\right) \\ &= A_c \cos\left(2\pi f_c t + \frac{k_f A_m}{2\pi f_m} \sin(2\pi f_m t)\right) = A_c \cos(2\pi f_c t + \beta \sin(2\pi f_m t))\end{aligned}$$

β 稱為調變指數。

瞬時頻率為

$$f_i = f_c + \frac{1}{2\pi} \frac{d\varphi(t)}{dt} = f_c + \frac{1}{3\pi} \frac{d[\beta \sin 2\pi f_m t]}{dt} = f_c + \beta f_m \cos(2\pi f_m t)$$

$\Delta f = \beta f_m$ 為頻率偏差

頻率調變訊號式 $\varphi_{FM}(t)$ 非調變訊號 $m(t)$ 的線性函數，FM訊號的頻譜就不如AM與DSB-SC 訊號中擁有訊息訊號的原本形式。

2.8 單調FM級數表示式與其頻譜

FM訊號級數表示式

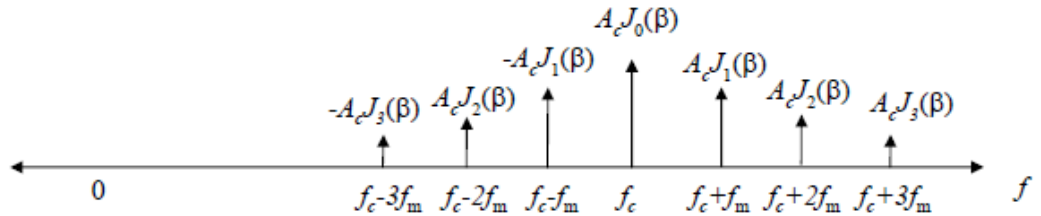
$$\begin{aligned}\varphi_{FM}(t) &= A_c \cos(2\pi f_c t + \beta \sin(2\pi f_m t)) \\ &= A_c [\cos(2\pi f_c t) \cos(\beta \sin(2\pi f_m t)) - \sin(2\pi f_c t) \sin(\beta \sin(2\pi f_m t))] \\ &= A_c \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) \cos(2\pi f_c t + 2\pi n f_m t)\end{aligned}$$

其中 $J_n(\beta)$ 稱為第一類 n 階貝塞爾函數 $J_{-n}(\beta) = (-1)^n J_n(\beta)$

FM訊號之頻譜

$$\varphi_{FM}(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_c J_n(\beta) \delta(f - (f_c + n f_m))$$

$$\begin{aligned}
&= A_c J_0(\beta) \delta(f - f_c) \\
&\quad + \sum_{n=1}^{\infty} A_c [J_n(\beta) \delta(f - f_c - nfm) \\
&\quad + (-1)^n J_n(\beta) \delta(f - f_c + nfm)]
\end{aligned}$$



2.9 第一類貝塞爾函數圖

第一類貝塞爾函數，頻率成分的振幅隨著 β 變化。

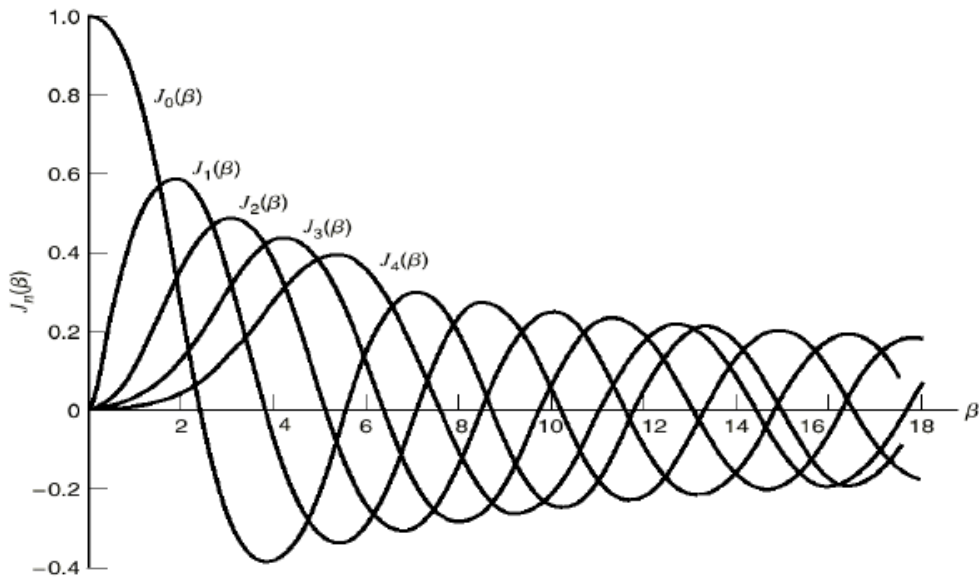


圖 1 第一類貝塞爾函數，頻率成分的振幅隨著 β 變化。

2.10 FM 訊號特性

非線性(Nonlinear)

$$\begin{aligned}
\phi_{FM}(t) &= A_c \cos(2\pi f_c t + \beta_1 \sin(2\pi f_1 t) + \beta_2 \sin(2\pi f_2 t)) \\
&\neq A_c \cos(2\pi f_c t + \beta_1 \sin(2\pi f_1 t)) \\
&\quad + A_c \cos(2\pi f_c t + \beta_2 \sin(2\pi f_2 t))
\end{aligned}$$

平均功率(Average power)

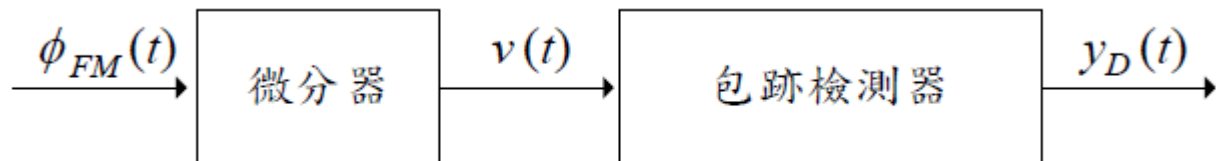
$$P_{FM} = \frac{1}{2}A_c^2 = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{2}A_c^2 J_n^2(\beta)$$
$$= \frac{1}{2}A_c^2 \left(J_0^2(\beta) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} J_n^2(\beta) \right) \Rightarrow J_0^2(\beta) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} J_n^2(\beta) = 1$$

$\beta=0, J_0(0)=1, J_n(0)=0$

$$\Rightarrow \phi_{FM}(t) = A_c \cos(2\pi f_c t)$$

2.11 頻率調變的解調

調頻訊號的解調是要將訊號從載波之中還原回來。其調頻解調器如方塊圖所示



如前面分析，FM調變數學式如下

$$\phi_{FM}(t) = A_c \cos(2\pi f_c t + \phi(t))$$
$$= A_c \cos\left(2\pi f_c + k_f \int_0^t m(t) dt\right)$$

在微分器輸出端的訊號可被表示為

$$v(t) = -A_c [2\pi f_c + k_f m(t)] \sin(2\pi f_c t + k_f \int_0^t m(t) dt)$$

經過一包跡檢測器後可得到

$$y_D(t) = A_c k_f m(t)$$

調頻訊號的解調變可以利用微分器(Differentiator)搭配包跡檢測器進行解調，這類型檢測器通常稱之為斜率檢測器。

訊號 $v(t)$ 有以下的特性:

$v(t)$ 的包跡為。 $A_c[2\pi f_c + k_f m(t)]$

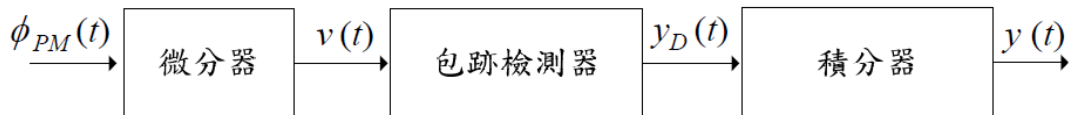
$v(t)$ 其載波部分的頻率仍然根據 $m(t)$ 來調變。

包跡檢測器的輸出和 $v(t)$ 的載波瞬間頻率沒有關聯，只和訊號 $v(t)$ 的包跡有關。

因此，包跡檢測器的輸出包含一個與載波頻率成比例的直流項，和與原始信息訊號成比例的時變項。

2.12 相位調變的解調

相位訊號的解調是要將訊號從載波之中還原回來



如前面分析，PM調變數學式如下

$$\begin{aligned}\phi_{PM}(t) &= A_c \cos(2\pi f_c t + \phi(t)) \\ &= A_c \cos(2\pi f_c t + k_p m(t))\end{aligned}$$

在微分器輸出端的訊號可被表示為

$$v(t) = -A_c \left[2\pi f_c + k_p \frac{dm(t)}{dt} \right] \sin(2\pi f_c t + k_p m(t))$$

經過一包跡檢測器後可得到

$$y_D(t) = A_c k_p \frac{dm(t)}{dt}$$

最後通過積分器可得

$$y(t) = A_c k_p m(t)$$

3 模擬與討論

3.1 FM 調變/解調之模擬與分析

假設基頻信號頻率 $f_m=10$ Hz的弦波訊號，即 $m(t) = \cos(2\pi(10)t)$ ；而FM訊號之載波頻率 $f_c = 100$ Hz，頻率偏差 $k_f = 20\pi$ Hz，根據此FM訊號表示式，在此我們以利用MATLAB/Simulink內建Model模擬FM系統調變與解調，透過時域關係探討FM訊號與基頻訊號的關係，並觀察其頻譜。

實驗步驟

Step 1：建立模擬系統

1. 開啟MATLAB\Simulink Browser。
2. 開新檔案。
3. 依 FM 調變/解調變系統，建立下圖之模擬架構。

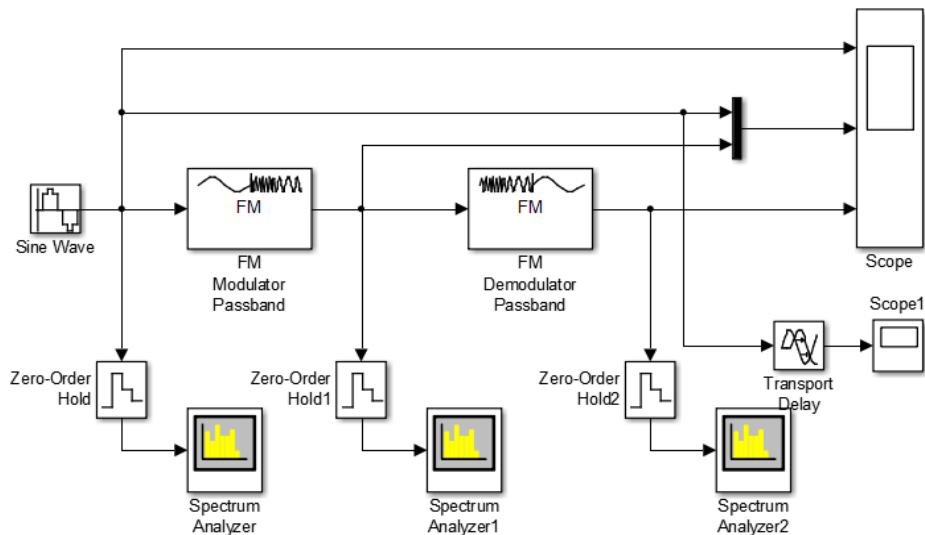


圖 2 FM 調變/解調模擬電路圖

Step 2：設定訊號參數

1. Sine Wave 振幅(Amplitude) 設為1；頻率(Frequency)設為 $2\pi \times 10$ ，取樣時間;(Sample time)設定1/1000。
2. FM調變器設定，載波頻率(Carrier frequency)設定為100 Hz，頻率偏差設定為 20π Hz。
3. FM解調變器設定，載波頻率(Carrier frequency)設定為100 Hz，頻率偏差設定為 20π Hz，希伯爾轉換濾波器階層(Hilbert transform filter order)

設定為100(預設值)。

4. 用於觀察頻域訊號的零階保持參數設定，Sample time設定為1/1000。
5. 頻域訊號的頻譜分析器設定，Buffer size設定為1024，Buffer overlap設定為1000，FFT length設定為1024；Frequency units選擇Hertz，Frequency range選擇 $[-F_s/2 \dots F_s/2]$ 。
6. 示波器設定，Number of axes這邊設定為3，Time range為想要顯示的時間終點，設定為auto時，Time range與環境模擬設定時間一樣。
7. 延遲設定，Time Delay設定為0.05，Initial output設定為0。

Step 3：模擬環境設定、存檔與執行模擬

1. 執行時間設定為0.5秒，此處的時間為模擬的停止時間。
2. 可以先存檔再執行模擬。

Step 4：進行模擬結果分析

在時域檢視FM訊號調變/解調變過程，其中解調完成之訊號受到希伯爾(Hilbert)轉換濾波器之階層(階層愈大延遲愈多)影響，產生了相位(時間)延遲。

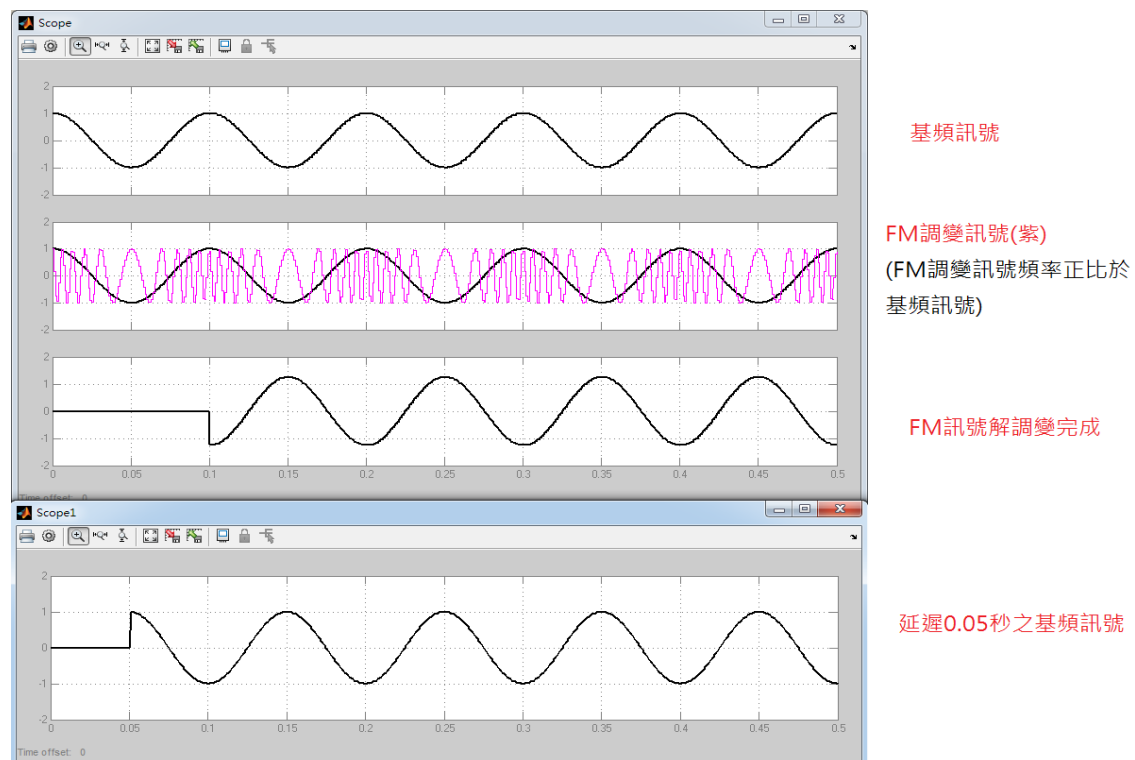


圖3 FM時域訊號

在頻域檢視FM訊號調變/解調變過程，下圖分別顯示基頻訊號、FM調變訊號以及FM訊號解調變完成之頻譜。

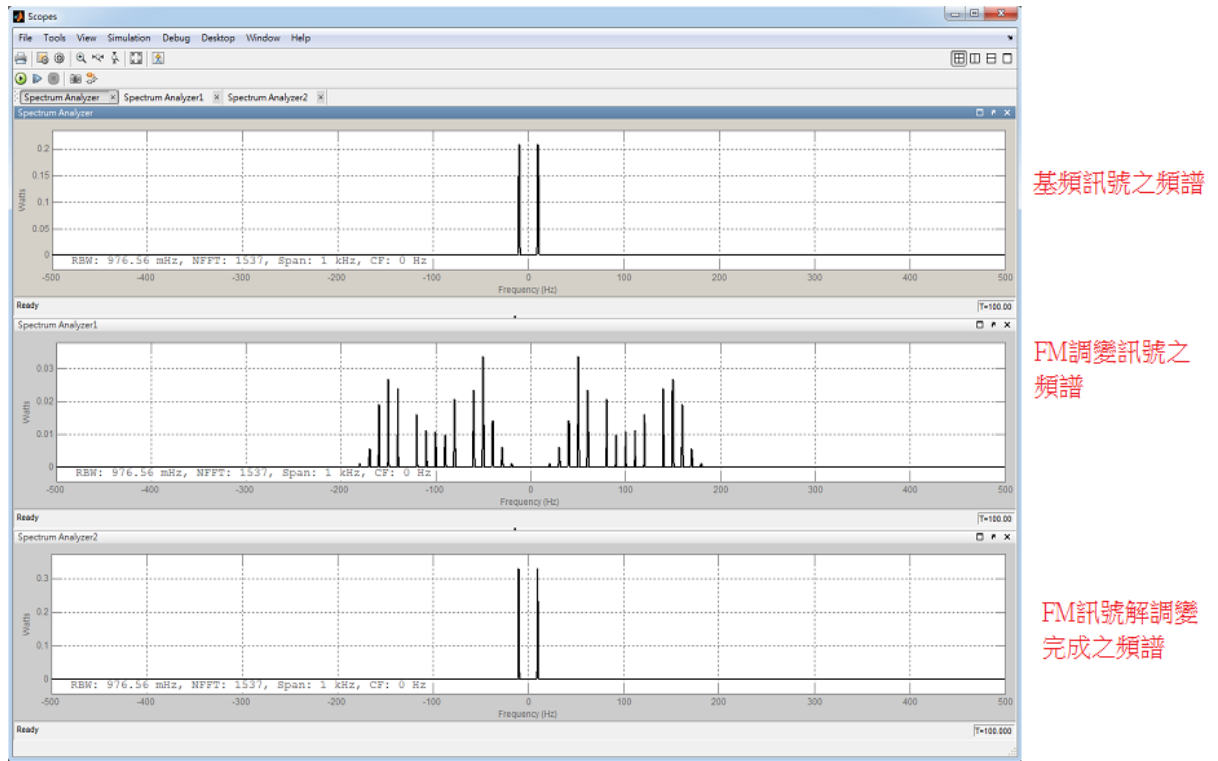


圖4 FM頻域分析

3.2 FM調變/解調之模擬與分析(方波)

Step 1：建立模擬系統

1. 開啟MATLAB\Simulink Browser。
2. 開新檔案。
3. 依FM調變/解調變系統，建立下圖之模擬架構。

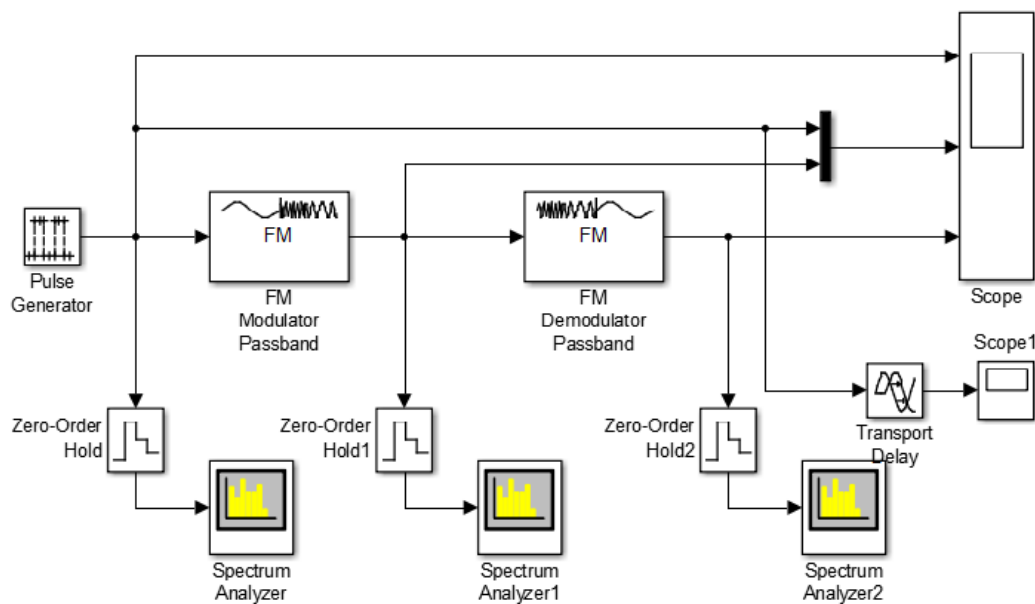


圖5 模擬系統

Step 2：設定訊號參數

1. 輸入訊號振幅(Amplitude)設為1，Pulse為50 %，取樣時間(Sample time)設定為1/1000。
2. FM 調變器設定，載波頻率(Carrier frequency)設定為 200 Hz，頻率偏差設定為 $20 \cdot \pi$ Hz。
3. FM 解調變器設定，載波頻率(Carrier frequency)設定為 200Hz，頻率偏差設定為 $20 \cdot \pi$ Hz，希伯爾轉換濾波器階層(Hilbert transform filter order)設定為 100(預設值)。
4. 用於觀察頻域訊號的零階保持參數設定，Sample time設定為1/1000。
5. Buffer size設定為1024，Buffer overlap設定為1000，FFT length設定為 1024;Frequency units選擇Hertz，Frequency range選擇 $[-F_s/2 \dots F_s/2]$ 。
6. Time Delay設定為0.05，Initial output設定為0。

Step 3：模擬環境設定、存檔與執行模擬

1. 執行時間設定為0.5秒，此處的時間為模擬的停止時間。
2. 可以先存檔再執行模擬。

Step 4：進行模擬結果分析

在時域檢視訊號

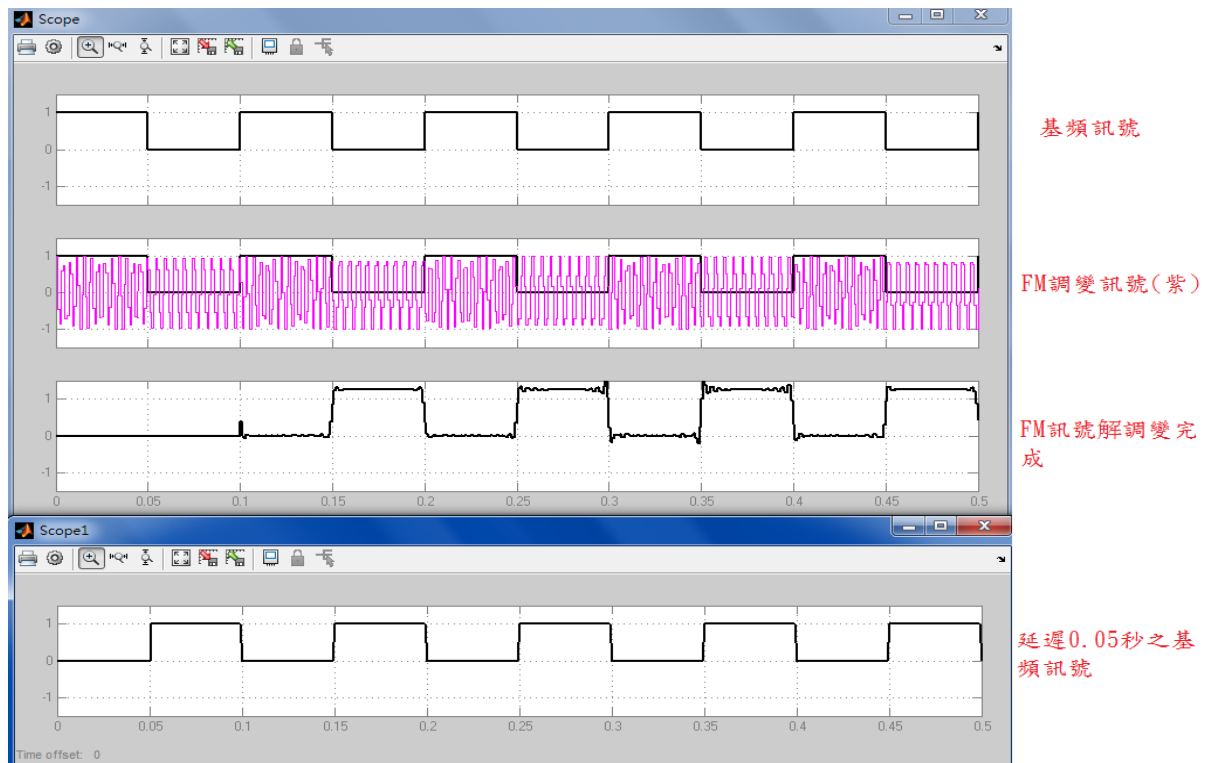


圖6 時域訊號

在頻域檢視訊號

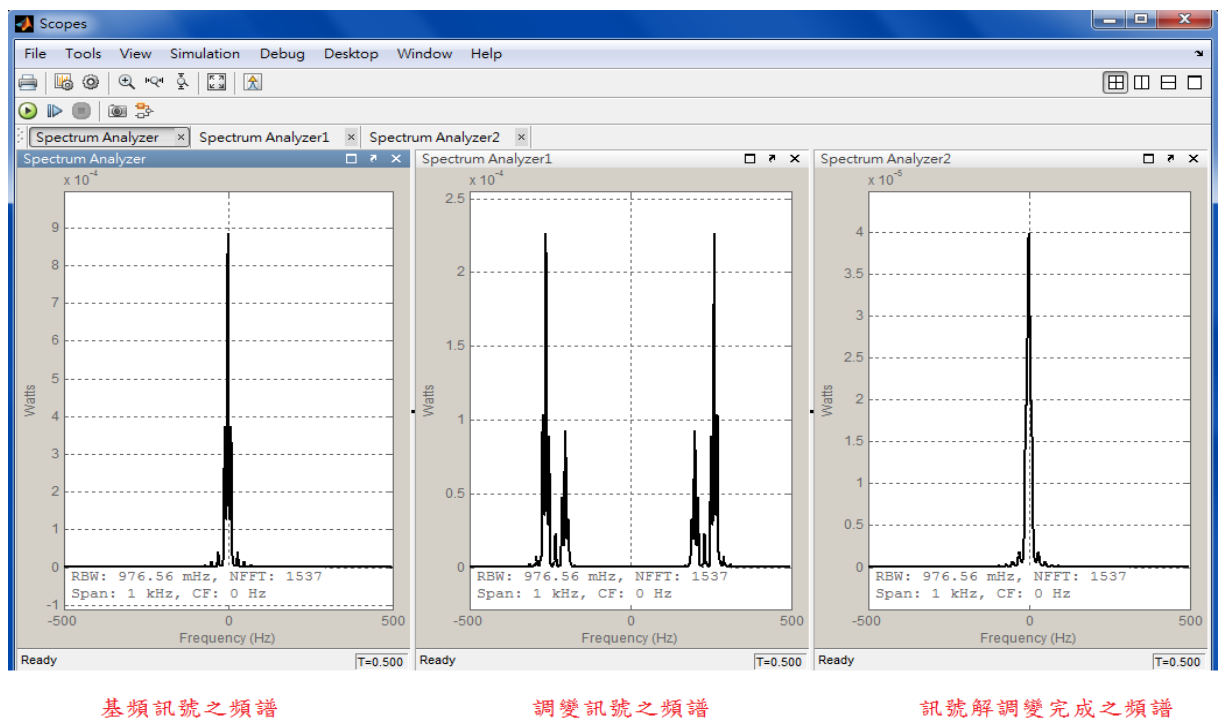


圖7 頻域訊號

4 結果與討論

本實習了解FM與PM傳送訊號方式，不管哪種方式都存在著優缺點，即使現在都是數位訊號依然都要伴隨著類比訊號之間的轉換與傳送，從這些傳送方法找有利於雙方，更能接收完整的資料。

5 參考文獻

- [1].. S. Haykin, Communication Systems, John Wiley & Sons, New York, 3rd Edition, 1994.
- [2].. R.E. Zimer and W.H. Tranter, Principle of. Communications : Systems, Modulation and Noise, 5th. Edition, 2002.
- [3].. RC.T Lee, Mao-Ching Chiu, and Jung-Shan Lin, Communication Engineering - Essentials for computer Scientists and Electrical Engineers, John Wiley, 2007.
- [4].. Matlab/Simulink online help manual.